

Simulation und Analyse dynamischer Systeme in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften

Teil 1 von 4

Seite 1-163

Prof. Dr. Eckart Zwicker
Technische Universität Berlin
Fachgebiet Unternehmensrechnung und Controlling

Eckart Zwicker

Simulation und Analyse dynamischer Systeme in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften



Walter de Gruyter · Berlin · New York 1981

Dr. rer. Eckart Zwicker ist Professor für Entscheidungstheorie an der Technischen Universität Berlin

Das Buch enthält 147 Abbildungen und 16 Tabellen

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Zwicker, Eckart: Simulation und Analyse dynamischer Systeme in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften/Eckart Zwicker. – Berlin; New York: de Gruyter, 1981. ISBN 3-11-007266-1

© Copyright 1981 by Walter de Gruyter & Co., vormals G. J. Göschen'sche Verlags-handlung, J. Guttentag, Verlagsbuchhandlung Georg Reimer, Karl J. Trübner, Veit & Comp., Berlin 30. Alle Rechte, insbesondere das Recht der Vervielfältigung und Verbreitung sowie der Übersetzung vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf in irgendeiner Form (durch Photokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) ohne schriftliche Genehmigung des Verlages reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.
Druck: Karl Gerike, Berlin; Bindearbeiten: Lüderitz & Bauer, Buchgewerbe GmbH, Berlin – Printed in Germany

In der nationalökonomischen Hexenküche wird jetzt manch kräftig dynamisch Tränklein gebräut, und wer davon genossen hat, sieht zwar leider nicht wie Faust Helena in jedem Weib, wohl aber ein Gewimmel 'dynamischer' Probleme und die 'Zeit' in jedem ökonomischen Vorgang.

Oskar Morgenstern

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	14
1. Kennzeichnung dynamischer Systeme und Modelle	18
1.1. Systeme und Modelle	18
1.2. Dynamische Modelle als Repräsentanten dynamischer Systeme ...	21
1.2.1. Metrisch dynamische Modelle	24
1.2.2. Metrisch dynamische zeitdiskrete äquidistante Modelle (MZÄ)	28
1.2.3. Strukturmerkmale dynamischer MZÄ-Modelle	31
1.3. Strukturgleichungstypen dynamischer MZÄ-Modelle	38
1.3.1. Hypothesengleichungen	38
A. Technologische und institutionelle Hypothesen sowie Verhaltenshypothesen	38
B. Parametrisch-singuläre, parametrisch-generelle, komparative und nichtkomparative Hypothesen	39
C. Kontrollierte und unkontrollierte, primäre und sekundäre Hypothesen	44
1.3.2. Definitionsgleichungen	47
1.4. Schaubildliche Modellierung dynamischer Systeme	54
1.4.1. Kausaldiagramme	56
1.4.2. Pfeil-, Block- und Signalflußdiagramme	61
1.4.3. System-Dynamics-Diagramme	67
1.5. Implikationen dynamischer MZÄ-Modelle	69
1.5.1. Zeitverlauf der endogenen Variablen	72
A. Deterministische Modelle	72
B. Stochastische Modelle	74
1.5.2. Stabilitätsverhalten	75
1.5.3. Retrodiktionsendogener Variablen	83
1.5.4. Sensitivität eines Modells	87
1.5.5. Stochastische Implikationen	96
1.6. Methoden der Erschließung von Modellimplikationen	99
1.6.1. Deduktive Erschließung von Modellimplikationen	99
1.6.2. Pseudoinduktive Erschließung von Modellimplikationen	99
1.6.3. Simulation, Simulationsexperiment und Modellexperiment als Erschließungsmethoden von Modellimplikationen	101

A. Begriffliche Deutung der Terme 'Simulation', 'Simulationsexperiment', 'Modellexperiment' und ihre Beurteilung als Erschließungsmethode	102
B. Verwendbarkeit realexperimenteller Verfahren als Erschließungsmethode von Modellimplikationen	104
a) Methoden der Planung und Auswertung von Realexperimenten	104
b) Übertragbarkeit realexperimenteller Planungs- und Auswertungsmethoden auf Modellexperimente	106
1.7. Gewinnung und Überprüfung dynamischer Modelle	110
1.7.1. Gewinnung dynamischer Hypothesen	110
A. Gewinnung stochastischer Hypothesen	111
B. Gewinnung deterministischer Hypothesen	122
1.7.2. Überprüfung dynamischer Hypothesen	124
A. Voraussetzungen der empirischen Hypothesenüberprüfung	126
a) Forderung nach logischer Konsistenz	126
b) Forderung nach Eindeutigkeit des Variablenverlaufes ...	127
c) Forderung nach definitorischer Konsistenz	128
B. Überprüfung stochastischer Hypothesen	129
C. Überprüfung deterministischer Hypothesen	133
a) Grundprinzipien der Überprüfung deterministischer Hypothesen	133
b) Einzelfragen der Überprüfung deterministischer Hypothesen	139
ba) Hypothesenüberprüfung anhand von Retroktionen	139
bb) Hypothesenüberprüfung durch Konfrontation mit generellen Hypothesen	143
bc) Hypothesenüberprüfung durch subjektive Konsequenzbewertung	146
bd) Hypothesenüberprüfung bei Nichtbeobachtungsvariablen	151
α) Zwischenhypothesen in intersubjektiv nachprüfbaren Modellen	151
β) Zwischenhypothesen in Entscheidermodellen	157
2. Formen und Erschließungsmethoden dynamischer MZÄ-Modelle	164
2.1. Lineare und nichtlineare Modellformen	164
2.1.1. Lineare Modellformen	165
A. Lineare Modellformen mit zeitvariablen Koeffizienten.....	166

B. Lineare Modellformen mit zeitkonstanten Koeffizienten	168
a) Zeitpfadermittlung durch Funktionslösungen	169
aa) Funktionslösung von Endgleichungen ersten Grades	173
α) Funktionslösung homogener Endgleichungen ersten Grades	173
β) Funktionslösung inhomogener Endgleichungen ersten Grades	175
ab) Funktionslösung von Endgleichungen zweiten Grades	179
α) Funktionslösung homogener Endgleichungen zweiten Grades	179
αα) Funktionslösung homogener Endgleichungen zweiten Grades mit ungleichen Wurzeln.....	179
αβ) Funktionslösung homogener Endgleichungen zweiten Grades mit gleichen Wurzeln	182
αγ) Numerische Beispiele von Funktionslösungen homogener Endgleichungen zweiten Grades	183
αδ) Trigonometrische Form der Funktionslösung homogener Endgleichungen zweiten Grades mit konjugiert komplexen Wurzeln	187
β) Funktionslösung inhomogener Endgleichungen zweiten Grades	194
ac) Funktionslösung von Endgleichungen n-ten Grades	198
b) Empirische Kennzeichen linearer Systeme	199
ba) Übergangsverhalten linearer Systeme	202
α) Allgemeine Kennzeichnung des Übergangsverhaltens ...	202
β) Stabilität als Spezialfall des Übergangsverhaltens...	208
γ) Multiplikatoren als Maßzahlen des Übergangsverhaltens	210
δ) Koeffizientenkriterien des Übergangsverhaltens	214
bb) Verhaltensdiagramme linearer Systeme	216
c) Höhere Analysemethoden linearer Systeme	221
ca) Verwendung von Operatoren in linearen Systemen	221
cb) Endgleichungsbestimmung anhand graphischer Systemdarstellungen	224
α) Endgleichungsbestimmung anhand von Blockdiagrammen..	225
β) Endgleichungsbestimmung anhand von Signalflußdiagrammen	232
cc) Analyse linearer Systeme anhand von Matrizen	237
α) Grundbegriffe der Matrizenrechnung.....	237

β) Endgleichungsbestimmung anhand von Polynommatrizen ..	244
γ) Zustandsraumdarstellung linearer Systeme und ihre Analysemethoden	249
2.1.2. Nichtlineare Modellformen	257
A. Begriffliche Klärung und empirische Interpretation	258
B. Analyse nichtlinearer Modelle	264
2.2. Offene und geschlossene Modellformen	274
2.3. Zyklische und kaskadierende Modellformen	279
2.3.1. Begriffliche Klärung und empirische Interpretation	280
A. Zyklische und kaskadierende Hypothesen	280
B. Sequentielle Hypothesen	287
2.3.2. Beziehungen zwischen linear zyklischen und infinit sequentiellen Hypothesen	295
A. Überführung zyklischer in sequentielle Hypothesen	295
a) Gewichtsfunktion und Einheitsimpulsantwort	295
b) Ermittlung der Gewichtungsmatrix sequentieller Matrizenmodelle	302
B. Überführung infinit sequentieller in zyklische Hypothesen	308
2.4. Rekursive und interdependente Modellformen	316
2.4.1. Begriffliche Klärung und empirische Interpretation	316
2.4.2. Analyse der Verknüpfungsstruktur rekursiver und interdependenten Modelle	324
A. Strukturmatrizen rekursiver Modelle	325
B. Strukturmatrizen interdependenten Modellen	329
C. Ermittlung standardisierter Strukturmatrizen von rekursiven und interdependenten Modellen	332
D. Zeitpfadbestimmung in interdependenten Modellen	340
a) Zeitpfadbestimmung in linearen interdependenten Modellen	340
b) Zeitpfadbestimmung in nichtlinearen interdependenten Modellen	343
2.5. Zerlegbare, unzerlegbare und annähernd zerlegbare Modellformen	348
2.5.1. Begriffliche Klärung und empirische Interpretation	348
2.5.2. Verknüpfungs- und Komplexitätsmaße dynamischer Modelle	357
2.5.3. Subsystemabspaltung in dynamischen Modellen	369

2.6. Deterministische und stochastische Modellformen	375
2.6.1. Deterministische Modellformen	376
2.6.2. Stochastische Modellformen	377
A. Begriffliche Klärung und empirische Interpretation	377
B. Deduktive Analyse stochastischer Modelle	378
a) Analyse eines stochastischen Modells der Lager- und Bestellpolitik	383
b) Analyse eines stochastischen MA-Modells	386
C. Pseudoinduktive Analyse stochastischer Modelle	390
a) Grundlagen der Parameterschätzung stochastischer Modellimplikationen	390
b) Varianzreduzierende Verfahren im Rahmen der Parameterschätzung stochastischer Modellimplikationen	395
D. Subjektive Entscheidermodelle und stochastische Analyse....	396
3. System Dynamics - ein Modellierungskonzept dynamischer Systeme	399
3.1. Aufbau und Wirkungsweise der Modellelemente	400
3.1.1. Levelvariablen	400
3.1.2. Flußraten und Hilfsvariablen	402
3.1.3. Graphische Darstellung von System-Dynamics-Modellen	408
3.1.4. Exponentielle Bestands- und Informationsverzögerungen ...	412
A. Exponentielle Bestandsverzögerungen	412
B. Exponentielle Informationsverzögerungen	415
3.1.5. Tabellenfunktionen und sonstige Makrofunktionen	418
3.2. Feedbackheuristik und Geschlossenheitsprinzip als Elemente der System-Dynamics-Konzeption	425
3.2.1. Feedbackheuristik des System-Dynamics-Konzeptes	426
3.2.2. Geschlossenheitsprinzip und System Dynamics	430
A. Singulär offene System-Dynamics-Ansätze	430
a) Kennzeichnung singulär offener System-Dynamics-Ansätze	430
b) Zur Bestimmung von gleichgewichtigen Levelanfangswerten in singulär offenen System-Dynamics-Ansätzen	433
ba) Makrofunktionen in gleichgewichtigen Modellen	434
bb) Gleichgewichtsbestimmung von Modellen durch Simulation	436
B. Geschlossene System-Dynamics-Ansätze	440

3.3. Analysemethoden von System-Dynamics-Modellen	442
3.3.1. Sensitivitätsanalyse von System-Dynamics-Modellen	444
A. Sensitivitätsmaße und ihre Anwendung in System-Dynamics-Modellen	445
B. Sensitivitätsanalysen bei einer Parametrisierung von Tabellenfunktionen	458
C. Parameterstochastisierung und Sensitivität	460
D. Sensitivitätsuntersuchungen am Beispiel des Weltmodells von Meadows	463
3.3.2. Retrodiktionsanalyse von System-Dynamics-Modellen	469
A. Grundlagen der Retrodiktion eines System-Dynamics-Modells ..	469
B. Durchführung einer Retrodiktion am Beispiel des Weltmodells von Forrester	479
3.4. Die FOLR-Modellierung als Alternative zum System-Dynamics-Konzept	480
3.4.1. Die Infinitesimalprämisse des System-Dynamics-Konzeptes und ihre Ablösung durch die Diskretzeitprämisse	481
A. Infinitesimal- und Diskretzeitprämisse als alternative Elemente eines Modellierungsansatzes	481
B. Exponentielle Verweilzeithypothesen im Falle der Infinitesimal- und Diskretzeitprämisse	489
a) Zur Definition der durchschnittlichen Verzögerung exponentieller Verzögerungen dritter Ordnung	490
b) Die Bestimmung der Parameter exponentieller Verweilzeithypothesen bei Akzeptierung der Infinitesimal- und Diskretzeitprämisse	496
ba) Parameterbestimmungen im Falle der Akzeptierung der Infinitesimalprämisse	496
bb) Parameterbestimmung im Falle der Akzeptierung der Diskretzeitprämisse	500
3.4.2. Die Verwerfung der generellen Informationslevelprämisse und ihre Konsequenzen	506
3.4.3. Die Verwerfung des Geschlossenheitsprinzips und ihre Konsequenzen	515
3.4.4. Die Verwerfung der statistischen Sonderstellung und ihre Konsequenzen	516
3.4.5. Zum Status der FOLR-Modellierung	519
4. Rechnergestützte Systeme zur Entwicklung und Analyse dynamischer MZÄ-Modelle	522
4.1. Simulationssysteme für MZÄ-Modelle	522

4.1.1. Simulation mit DYNAMO	522
A. Kennzeichen der DYNAMO-Sprache	522
B. Formulierung allgemeiner dynamischer MZÄ-Modelle mit DYNAMO	532
a) Rekursive Modelle	532
b) Simultane Modelle	535
4.1.2. Simulation mit CSMP	538
A. Kennzeichen von CSMP	538
B. Formulierung von System-Dynamics-Ansätze mit CSMP	541
C. Formulierung allgemeiner dynamischer MZÄ-Modelle mit CSMP	544
D. Vergleich zwischen DYNAMO und CSMP	546
4.1.3. Simulation mit FORTRAN	548
A. Simulation von System-Dynamics-Modellen mit FORTRAN	548
a) Probleme der Anfangswertbestimmung in System-Dynamics-Modellen	548
b) Aufbau des FORTRAN-Programms	553
c) Simulation eines im System-Dynamics-Konzept beschriebenen Produktions- und Lagerhaltungssystems mit FORTRAN	561
B. Simulation klassischer Differenzengleichungen mit FORTRAN	565
4.2. Schätz- und Analysesysteme für dynamische MZÄ-Modelle	567
4.2.1. SIMPLAN	567
4.2.2. EPL	567
4.2.3. COMOS	568
4.2.4. TROLL	569
Anhang	580
1. Untersuchung der Sensitivität mit Rücksetzung anhand eines Fertigungsmodells (DYNAMO)	580
2. Retrodiktionsvorspann für ein System-Dynamics-Modell (DYNAMO) ..	582
3. Dreidimensionaler Suchalgorithmus zur Parameterbestimmung exponentieller Verweilzeithypothesen (FORTRAN)	584
4. Makrofunktion DELATO (DYNAMO)	587
5. FORTRAN-Unterprogramme für eine FORTRAN-Version zur Darstellung von System-Dynamics-Modellen	588
Literaturverzeichnis	592
Register	608

Einleitung

Komplexe dynamische Simulationsmodelle haben sich in den letzten Jahren zu einem wichtigen Beschreibungs- und Analyseinstrument der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Forschung entwickelt. Diese Entwicklung wurde in der Vergangenheit vor allem durch das zunehmende Angebot an computergestützten Systemen zur Modellierung, Schätzung und Analyse dynamischer Modelle ermöglicht.

Die Tatsache, daß immer mehr Wissenschaftler auf ein ständig anwachsendes und leicht zu handhabendes Modellierungs- und Analysepotential zurückzugreifen vermögen, birgt große Möglichkeiten, aber auch Gefahren. Eine dieser Gefahren dürfte in der Versuchung liegen, ein 'modelling without theory' zu praktizieren, d.h. die ohne tiefergehende theoretische Kenntnisse rezeptartige Anwendung bestimmter Modellierungskonzepte.

Diese Arbeit verfolgt das Ziel, sowohl die technischen Probleme der Systemsimulation detailliert und an Beispielen aufzuzeigen, als auch die theoretischen Grundlagen der Struktur, Interpretation und Analyse dynamischer Modelle in systematischer Weise darzustellen.

Sie gliedert sich in vier Kapitel, von denen die ersten beiden der theoretischen Grundlegung dienen, während sich die restlichen zwei Kapitel den konkreten Methoden und Techniken der dynamischen Systemsimulation zuwenden.

Das erste Kapitel, welches formal weniger scharf gefaßt ist, soll möglichst anschaulich und von technischen Einzelheiten befreit, in die Grundlagen und Probleme der Analyse dynamischer Systeme einführen.

Ausgegangen wird von der Präzisierung eines bestimmten Typs dynamischer Modelle, den metrischen, zeitdiskreten, äquidistanten Modellen. Auf der Basis dieses Modelltyps werden die begrifflichen Elemente zur Kennzeichnung dynamischer Modelle eingeführt. Es folgt eine Erörterung der wichtigsten Implikationen dynamischer Modellansätze

sowie eine erste Skizzierung der verschiedenen 'Logiken' zur Aufdeckung dieser Implikationen. Abschließend werden einige grundlegende Verfahren zur Gewinnung und empirischen Überprüfung von Modellhypthesen dargestellt.

Während im ersten Kapitel eine Grundlegung und Übersicht des Aufgabenbereites der Analyse dynamischer Systeme vermittelt wird, knüpft das zweite Kapitel an spezielle Modellformen an. Anhand bestimmter polarer Modellbegriffe wie linear-nichtlinear oder offen-geschlossen wird die spezielle empirische Interpretation dieser Modelle diskutiert; es werden typenspezifische Implikationen beschrieben und die mathematischen Methoden ihrer Offenlegung dargestellt.

Dieses Kapitel soll eine theoretische Basis schaffen, die im Rahmen der Simulation dynamischer Modelle zu einer erhöhten methodischen Sicherheit führt sowie ein Hintergrundwissen schafft, welches zu einer ausgewogenen und umfassenden Beurteilung der Möglichkeiten einer konkret anstehenden Modellentwicklung führt.

Wer nicht die Zeit oder auch Geduld hat, dieses Kapitel durchzuarbeiten, oder wer der (vielleicht vorläufigen) Auffassung anhängt, das erste Kapitel sei als theoretische Basis ausreichend, kann Kapitel 2 überspringen. Denn, abgesehen von einigen theoretischen Einschüben, sind die in den Folgekapiteln diskutierten technischen Fragen der Modellsimulation auch ohne die Kenntnis von Kapitel 2 verständlich. Für Leser, die sich mit den Methoden zur Untersuchung dynamischer Systemmodelle vertraut machen wollen, weil sie die Entwicklung eines bestimmten Modells beabsichtigen, ist es vielleicht sogar eine sinnvolle Strategie, das Kapitel 2 auszulassen. Spätestens nach dem ersten Entwurf und der nachfolgenden Simulation eines Modells stellt sich zumeist ein echtes, aus der Aufgabenstellung her motiviertes Bedürfnis nach einer stärkeren methodisch-theoretischen Überprüfung und Fundierung des eignen Vorgehens ein. Zur Befriedigung dieses Bedürfnisses liegt es nahe, Kapitel 2 zumindest bezüglich bestimmter Modelltypen nachträglich durchzuarbeiten.

Im dritten Kapitel wird das heute sehr gebräuchliche Modellierungs-konzept 'System Dynamics' beschrieben, anhand von Beispielen darge-

gestellt und kritisch diskutiert. Der Erörterung dieses Konzeptes schließt sich die Beschreibung zweier Verfahren zur Sensitivitätsanalyse und Retrodiktion von System-Dynamics-Modellen an. Anknüpfend an die kritisch diskutierten Prinzipien des System Dynamics wird eine als FOLR-Modellierung bezeichnete Alternative zu dieser Konzeption vorgeschlagen und ausführlich begründet.

Das vierte Kapitel wendet sich den computergestützten Techniken der Behandlung dynamischer Modelle zu. Die Simulationssprachen DYNAMO und CSMP werden anhand von Beispielen beschrieben und miteinander verglichen. Die Anwendung von FORTRAN zur Simulation von System-Dynamics-Modellen und klassischen Differenzengleichungsmodellen wird eingehend erörtert. Das Kapitel schließt ab mit der Darstellung der heute maßgebenden Schätz- und Simulationssysteme SIMPLAN, EPL, COMOS und TROLL.

Was hat der Leser davon, wenn er dieses Buch teilweise oder vielleicht sogar vollständig durchgearbeitet hat? - Es bleibt zu hoffen, daß er das Terrain klarer überschaut, daß er in die Lage versetzt worden ist, seine eigene Tätigkeit beim Arbeiten mit dynamischen Modellen methodisch besser einzuordnen, daß er sich mit den Methoden zur Analyse dynamischer Systeme vertraut gemacht hat, aber auch ihre Grenzen einzuschätzen vermag.

Diese erhöhte methodische Sicherheit beim Arbeiten mit dynamischen Modellen sollte einhergehen mit der Vermittlung profunder Kenntnisse in der Technik der Simulation dynamischer Modelle. Erst, wenn ein Modellentwickler ein Kenntnis- und Anwendungsniveau erreicht hat, welches die Simulation und Analyse eines Modells zu einer routinemäßigen Tätigkeit werden läßt, dann kann er sich voll der wesentlichen Aufgabe jeder Modellentwicklung widmen: der Hypothesengewinnung.

Man kann die triviale Wahrheit nicht oft genug wiederholen: jedes dynamische Modell steht und fällt mit der Gültigkeit seiner zeitinvarianten Hypothesen. Über die Methoden zur Aufstellung solcher Hypothesen wird in dieser Arbeit nicht viel gesagt und kann auch nicht

viel gesagt werden. Der Grund ist folgender: weil es keine verbindliche Induktionslogik, d.h. kein zwingendes Verfahren der Hypothesengewinnung gibt, ist die Auffindung testbarer, zeitinvarianter Hypothesen die entscheidende kreative Leistung eines Modellentwicklers. In den nächsten Jahren wird die integrierte computergestützte Anwendung sowohl deduktionslogischer Verfahren als auch induktionslogischer Parameterschätztechniken so vereinfacht werden und weit verbreitet sein, daß das Problem der Hypothesengewinnung immer stärker als das Kernproblem jeder Modellentwicklung hervortreten wird. Mit dem Erfolg oder Mißerfolg im Auffinden empirisch gehaltvoller und bewährter Verhaltenshypothesen entscheidet sich die praktische Relevanz dynamischer Systemmodelle in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften.

1. Kennzeichnung dynamischer Systeme und Modelle

Unser erstes Ziel ist es, eine Vorstellung vom Problemkomplex einer Analyse dynamischer Systeme zu vermitteln. Wir beginnen mit einer Klärung der Beziehungen zwischen einem System und dem Modell, welches dieses System beschreiben soll. Daran anschließend führen wir eine Klassifizierung der Beschreibungsformen dynamischer Systeme ein und beschließen, eine bestimmte Systembeschreibungsform für die nachfolgenden Betrachtungen zu Grunde zu legen. Auf dieser begrifflichen Basis werden die Ziele und Methoden der Analyse dynamischer Systeme an einfachen Beispielen demonstriert.

Abschließend wird das Problem der empirischen Adäquanz dynamischer Systemmodelle behandelt. Seine fundamentale Bedeutung wird deutlich, wenn man sich klarmacht, daß jede noch so diffizile Analyse eines Modells immer dann zu einem sinnlosen Unterfangen wird, wenn ein Modell das zu beschreibende System nicht hinreichend adäquat wider- spiegelt.

1.1. Systeme und Modelle

Es soll nicht unsere Aufgabe sein, eine präzise Definition des Wortes 'System' zu liefern. In einer geringfügigen Einengung jedoch wollen wir nur dann von einem System sprechen, wenn darunter ein durch Beobachtungen aufweisbarer Zusammenhang verstanden wird. Die unter diese Definition fallende Objektmenge hängt entscheidend von der Auslegung des Begriffes der Beobachtbarkeit ab. In einer restriktiven Fassung des Beobachtungsbegriffes umfaßt ein System nur ma-

terielle Phänomene wie eine Uhr oder eine Dampfmaschine. Erweitert man den Begriffsumfang, indem auch nur indirekt konstatierbare Beziehungen als Beobachtungen angesehen werden, so können auch physikalische Kraftfelder, betriebliche Organisationen, Beziehungen zwischen gesellschaftlichen Gruppen oder das 'Rechtssystem' eines Landes als System bezeichnet werden.

Vorerst wollen wir es bei dieser ersten Aufhellung des Systembegriffs belassen und uns ohne weitere Präzisierung der Frage zuwenden: Wie gelangt man zu nicht unmittelbar einsichtigen Informationen über Eigenschaften und Wirkungsweisen bestimmter Systeme?

Die Antwort lautet: Man entwickle ein Modell des betreffenden Systems und versuche, anhand dieses Modells die noch nicht bekannten Eigenschaften des Systems herauszufinden.

Modell ist hier im ganz allgemeinen Sinne einer Abbildung gemeint. Diese Abbildung kann rein verbalsprachlicher Art sein. Man spricht dann von Verbalmodellen.

Modelle können auch vereinfachte und verkleinerte Nachbildungen eines Zusammenhangs zum Ausdruck bringen wie etwa im Falle einer Landkarte oder eines Planetariums. Für derartige materielle Nachbildungen wird die Bezeichnung ikonische Modelle verwendet.

Uns interessieren jedoch allein Symbolmodelle. Durch ein Symbolmodell werden die Informationen über das zu beschreibende System anhand empirisch interpretierter Symbole repräsentiert. Bilden diese Symbole und ihre Verknüpfungsweisen zugleich die Symbole und Operationsbegriffe einer bestimmten mathematischen Kalkülsprache, dann soll von einem mathematischen Modell gesprochen werden.

So ist die lineare Funktion

$$K = 100 + 10X$$

beispielsweise ein mathematisches Modell, wenn man davon ausgeht, daß sie den Verlauf der Kosten eines bestimmten Betriebes in Abhängigkeit von der produzierten Menge beschreibt, wobei folgende empirische Deutung der Symbole gilt:

K: Gesamtkosten des Betriebes (DM)

X: Produktionsmenge des Betriebes (Stück)

10: Stückkosten (DM/Stück)

100: Mengenunabhängige Kosten (DM)

Um ein mathematisches Modell handelt es sich, weil die verwendete lineare Funktion ein algebraischer Ausdruck ist. Ein nicht unmittelbar erkennbares Strukturmerkmal und daher eine Implikation des beschriebenen Modells bildet beispielsweise der Verlauf der sogenannten Durchschnittskosten in Abhängigkeit von der Produktionsmenge X, welcher anhand des Modells bestimmt werden kann. Er wird durch die Funktion

$$K/X = 10 + 100/X$$

beschrieben. Damit ist der Grundgedanke jeder Systemanalyse umrissen: Entwicklung eines Systemmodells und Gewinnung von Informationen, welche dem Systemuntersucher bisher nicht bekannt waren, durch geeignete Methoden aber aus dem Systemmodell erschlossen werden können.

Da wir beabsichtigen, verschiedene Arten dynamischer Systemmodelle im Hinblick auf ihre Besonderheiten zu diskutieren, ist es angebracht, kurz der Frage nachzugehen, auf welche Weise überhaupt begriffliche Differenzierungen vorgenommen werden können. Üblicherweise werden Individuenmengen anhand bestimmter beobachtbarer Merkmale in Teilmengen und damit Arten differenziert. Die Teilmenge 'Pudel' ergibt sich aus der Festlegung, daß alle Elemente der Individuenmenge 'Hund', welche eine Reihe bestimmter Beobachtungsmerkmale aufweisen, als Pudel zu bezeichnen sind. Im Sinne dieses Klassifikationsverfahrens muß ein System, welches man als dynamisch bezeichnet, ein Beobachtungsmerkmal besitzen, bei dessen Vorhandensein man laut Vereinbarung von einem dynamischen System sprechen soll. Will man jedoch vorhandene Systeme allein nach Beobachtungsmerkmalen in Teilklassen wie offene, geschlossene, komplexe oder ultrastabile klassifizieren, so dürfte schon eine Einigung über die in Frage kommenden Beobachtungsmerkmale schwierig sein.

Wegen dieser Schwierigkeiten werden wir eine andere Art der Klassifizierung von Systemen verwenden, die als modellabhängige Systemklassifizierung bezeichnet werden kann. Ihr Grundgedanke lautet:

Will man ein bestimmtes System klassifizieren, so erfolgt diese Klassifikation anhand der Merkmale einer Modellklasse, durch die das System in adäquater Weise beschrieben wird. Dies bedeutet, daß man einem bestimmten System insofern eine bestimmte Eigenschaft zuschreiben kann, als es sich durch einen bestimmten Modelltyp abbilden läßt.

In diesem Sinne soll dann von einem dynamischen System gesprochen werden, wenn die zu Grunde liegenden Phänomene von einem dynamischen Modell in adäquater Weise repräsentiert werden können. Entsprechend dieser Sprachregelung bildet ein empirischer Zusammenhang, der sich durch ein lineares dynamisches Modell abbilden läßt, ein lineares dynamisches System.

Ein System wird damit gleichsam mit Hilfe eines ihm adäquaten Modells identifiziert. Wenn im folgenden von der Analyse dynamischer Systeme gesprochen wird, dann handelt es sich also um die Analyse empirischer Beziehungszusammenhänge, die mit Hilfe dynamischer Modelle in adäquater Form repräsentiert werden können.

Es sei schon vorgegriffen, daß im folgenden von dem Begriff eines dynamischen Modells ausgegangen wird, der dazu führt, daß dynamische Modelle eine Teilkategorie der Symbolmodelle bilden. Dies hat zur Folge, daß sich die Analyse dynamischer Systeme ausschließlich im Rahmen der Analyse dynamischer (Symbol-)Modelle vollzieht.

1.2. Dynamische Modelle als Repräsentanten dynamischer Systeme

Was unter einem dynamischen Modell verstanden werden soll, ist eine Frage der Definition. Im folgenden wollen wir den von uns verwendeten Begriff eines dynamischen Modells durch eine sukzessive Einführung von drei Kennzeichen festlegen.

Erstes Kennzeichen: Ein dynamisches Modell muß vollsymbolisiert sein; d.h. die abzubildenden Zusammenhänge müssen durch eine Symbolsprache repräsentiert werden.

Ein einfaches Beispiel eines symbolisierten Zusammenhangs zeigt das in Abbildung 12.1 dargestellte Sympathie-Antipathie-Schema zwischen drei Personen. Die einzelnen Personen werden durch die Buchstaben A,B,C repräsentiert; die Pfeilspitze zeigt die Person an, die von derjenigen Person, von der der Pfeil ausgeht, beurteilt wird. Ist in dem Kreis, der den Pfeilschaft unterbricht, ein S eingetragen, so wird die zu beurteilende Person als sympathisch empfunden. Das Symbol U dagegen bedeutet, daß die Person als unsympathisch beurteilt

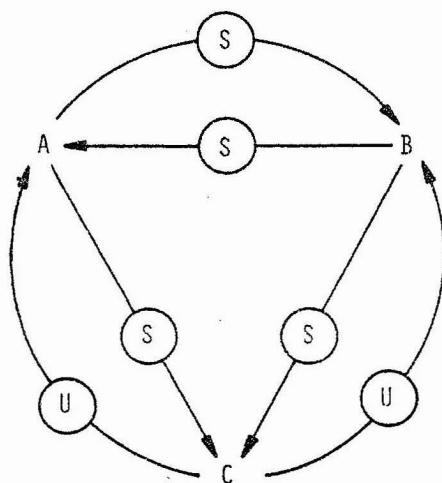


Abb. 12.1 Sympathie-Antipathie-Schema zwischen Personen als Beispiel eines einfachen symbolisierten Modells

wird. Dieses Modell ist zwar vollsymbolisiert, erfüllt jedoch nicht das folgende von einem dynamischen Modell zufordernde Merkmal.

Zweites Kennzeichen: Die mit Hilfe eines dynamischen Modells symbolisierten Ereignisse oder Zustände müssen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sein.

Bezeichnet man etwa den Umsatz eines bestimmten Unternehmens in der Periode $t=1,2,3\dots$ mit $U(t)$, und läßt sich die in den vergangenen Perioden beobachtete Umsatzentwicklung durch folgende Beziehung annähernd darstellen,

$$U(t) = 10000 + 600t$$

dann sind für dieses Modell der Umsatzentwicklung die Kennzeichen 1 und 2 erfüllt. Modelle, die die Forderung nach Symbolisierung und zeitlicher Indizierung erfüllen, bezeichnet man als historische oder kinetische Modelle.

Nicht vorhanden ist jedoch in derartigen Modellen das dritte Merkmal dynamischer Modelle:

Drittes Kennzeichen: Dynamische Modelle müssen zumindest eine zeitinvariante Verknüpfung zweier zeitlich gegeneinander verzögerter Ereignisse aufweisen.

Eine zeitinvariante verzögerte Verknüpfung zweier Ereignisse bedeutet, daß eine Beziehung der folgenden Art in das Modell mit aufgenommen wird:

Wenn ein Ereignis A zum Zeitpunkt t realisiert wird, dann wird immer ein Ereignis B zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ realisiert.

Symbolisch formuliert:

$$A(t) \rightarrow B(t+\Delta t) \quad (12.1)$$

Die verzögerte Beziehung zwischen den Ereignissen A und B wird deswegen als zeitinvariant bezeichnet, weil sie für beliebige Perioden $t=\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ gelten soll. Der Symbolzusammenhang (12.1) läßt sich als Wenn-Dann-Aussage deuten, in welcher eine zeitliche Verzögerung zwischen dem Auftreten der durch die Wenn- und Dann-Komponente beschriebenen Ereignisse behauptet wird. Derartige Verknüpfungen, in denen unter Vorgabe eines zeitlichen Bezugssystems die Existenz einer stets gleichbleibenden zeitlichen Differenz zwischen einem 'Wennereignis' A und einem 'Dannereignis' B gefordert wird, werden als dynamische Hypothesen bezeichnet.

Dynamische Hypothesen kann man im Hinblick auf die in (12.1) durch einen Pfeil dargestellte Folgebeziehung wiederum in deterministische und stochastische Hypothesen untergliedern. Im Falle einer deterministischen Hypothese bedeutet der Pfeil: 'folgt mit Sicherheit', während bei Vorliegen einer stochastischen Hypothese das Eintreten des Folgeereignisses nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit behauptet wird.

Beispielsweise soll der Kauf der Ware A durch den Konsumenten M in der Periode t mit $K_A(t)$ und der Kauf derselben Ware durch M in der Periode $t+1$ mit $K_A(t+1)$ bezeichnet werden. Ist weiterhin die Wahrscheinlichkeit, daß M auf die Ware zurückgreift 0,5, so läßt sich damit das dynamische, stochastische Modell formulieren:

$$K_A(t) \xrightarrow{0,5} K_A(t+1)$$

Die Unterscheidung zwischen deterministisch- und stochastisch-dynamischen Modellen ist von fundamentaler Bedeutung und wird uns später noch ausführlich beschäftigen. Vorerst soll es nur bei dieser groben Unterscheidung bleiben.

1.2.1. Metrisch dynamische Modelle

Metrisch dynamische Modelle bilden eine Teilklasse der dynamischen Modelle. Von einem metrisch dynamischen Modell soll gesprochen werden, wenn die bisher nur allgemein als Ereignisse bezeichneten Größen durch metrische (oder quantitative) Größen repräsentiert werden. Dies sei an einem Beispiel demonstriert: Bezeichnet man die Werbeausgaben einer Firma in Höhe von 10 000 DM mit $W_{10\ 000}(t-1)$, den Umsatz entsprechend mit $U_{130\ 000}(t)$ und $U_{100\ 000}(t-1)$, so kann man die Behauptung aufstellen:¹

$$U_{100\ 000}(t-1) \wedge W_{10\ 000}(t-1) \rightarrow U_{130\ 000}(t) \quad \text{für } t=0,1,\dots$$

Dies wäre ein einfacher dynamisch metrischer Modellansatz. Nun wird ein Umsatz $U_{130\ 000}(t)$ sicher nicht nur allein als Folge der Realisationen von $U_{100\ 000}(t-1)$ und $W_{10\ 000}(t)$ auftreten, sondern auch andere Kombinationen der Realisation von $U(t-1)$ und $W(t-1)$ führen zu $U_{130\ 000}(t)$.

Eine erschöpfende Aufzählung aller Kombinationen, die $U_{130\ 000}(t)$ zur Folge haben, hat die Form:

¹ Das aussagenlogische Symbol \wedge entspricht der sprachlichen Formulierung 'und', \rightarrow entspricht 'wenn ... dann', \exists ist zu lesen 'dann und nur dann', und $\rightarrow\leftarrow$ entspricht 'oder' im ausschließenden Sinne.

$$U_{130\ 000}(t) \equiv [U_{100\ 000}(t-1) \wedge W_{10\ 000}(t-1)] \rightarrow [\dots] \rightarrow \dots, [\dots] \quad (12.2)$$

Die leeren eckigen Klammern deuten die alternativen Kombinationen von $U_{\dots}(t-1)$ und $W_{\dots}(t-1)$ an, die $U_{130\ 000}(t)$ zur Folge haben. In manchen Fällen erweisen sich nun Hypothesen als adäquat, die den Umsatz $U(t)$ als Formelausdruck der ihn bewirkenden alternativen Kombinationen $U_{\dots}(t-1)$ und $W_{\dots}(t-1)$ in (12.2) angeben.

Ein solcher Formelausdruck hat beispielsweise die Form:

$$U_{130\ 000}(t) = rW(t-1) - [\frac{rW(t-1)}{S} + \xi - 1]U(t-1) \quad (12.3)$$

wobei die möglichen Alternativen $U_{\dots}(t-1)$ und $W_{\dots}(t-1)$ die Gleichung

$$130\ 000 = rW(t-1) - [\frac{rW(t-1)}{S} + \xi - 1]U(t-1)$$

zu befriedigen haben.

Die Größen ξ , r und S stellen bestimmte Konstanten dar: ξ charakterisiert den relativen Umsatzverlust bei Abwesenheit jeglicher Werbung, S bildet ein Sättigungsniveau des Werbeaufwandes und r kann als Effizienzfaktor der Werbeausgaben interpretiert werden.

Soll der Formelausdruck (12.3) nicht nur für $U_{130\ 000}(t)$, sondern für einen beliebigen Umsatz $U_{\dots}(t)$ gelten, dann lautet das dynamische Modell:

$$U(t) = rW(t-1) - [\frac{rW(t-1)}{S} + \xi - 1]U(t-1)$$

Dieser Ansatz ist von VIDALE und WOLFE aufgestellt worden [215].

Er bildet ein metrisches dynamisches Modell mit der besonderen Eigenschaft, daß die abhängige Variable U durch eine formelmäßige Verknüpfung der auf der rechten Seite stehenden Variablen und Konstanten bestimmt wird. Metrisch dynamische Modelle dieser Art sollen fortan als dynamische Funktionsmodelle bezeichnet werden.

Die folgenden Betrachtungen sollen auf dynamische Funktionsmodelle beschränkt werden. Damit entfällt die Untersuchung dynamischer Modelle, in denen nicht metrisch faßbare Zustände miteinander verknüpft sind. Als Beispiel dieser fast ausschließlich (nichtmetrischen) sto-

chastischen Modelle sei die einfachste Form eines Markenwechslermodells angeführt. Wir unterscheiden zwei Marken A und B und unterstellen, daß ein Käufer, der in Periode t die Marke A gekauft hat, in Periode t+1 mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{AA}=0,6$ die Marke A und mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{AB}=0,4$ die Marke B kauft. Ein Käufer, der in Periode t die Marke B gekauft hat, soll sich in der nächsten Periode mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{BA}=0,3$ für die Marke A und mit einer Wahrscheinlichkeit von $P_{BB}=0,7$ für die Marke B entscheiden. Schematisch lassen sich die beschriebenen Beziehungen durch die folgende Skizze darstellen.

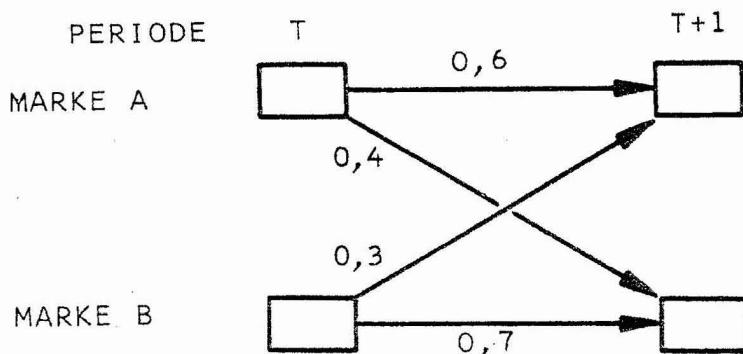


Abb. 12.2 Beispiel eines nichtmetrisch dynamischen Modells

Im Gegensatz zu einem metrischen Modell, in welchem die zu beschreibenden Größen (in einem bestimmten Definitionsbereich) durch reelle Zahlen ausgedrückt werden, ist die zu beschreibende Größe in diesem Modell nur durch zwei alternativ mögliche und nur qualitativ beschreibbare Zustände faßbar: den Zuständen 'Käufer erwirbt Marke A' und 'Käufer erwirbt Marke B'.

Solche nichtmetrisch dynamischen Modelle werden in der folgenden Untersuchung nicht berücksichtigt.

Eine tatsächlich starke Einschränkung des Anwendungsbereiches der Analyse dynamischer Systeme wird mit der Beschränkung auf metrisch dynamische Modelle jedoch nicht bewirkt. Denn schätzungsweise 95 Prozent aller heute bekannten dynamischen Modelle dürften den metrischen Modellen zugeordnet werden können.

Die Eigenschaften dieser metrisch dynamischen Modelle sollen nunmehr stärker herausgearbeitet werden. Da alle metrischen Größen in dynamischen Modellen durch einen Zeitindex gekennzeichnet sind, kann man hinsichtlich der Zeitstruktur grundsätzlich zwischen zwei Modelltypen unterscheiden: den zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten dynamischen Modellen.

In zeitkontinuierlichen dynamischen Modellen wird von einem kontinuierlichen Zeitmaßstab ausgegangen. Als Folge davon kann in einem zeitkontinuierlichen Modell zu jedem beliebigen Zeitpunkt auf der Zeitachse ein Zahlenwert für die zu bestimmenden metrischen Größen ermittelt werden. Als Beispiel sei die Integralgleichung

$$Y(t) = \int_{t-s}^t F(\tau) Y(\tau) d\tau$$

angeführt. Die Größe Y wird zu jedem beliebigen Zeitpunkt t bestimmt durch die mit $F(\tau)$ gewichteten und aufsummierten Vergangenheitsausprägungen von Y .

Die verbreitetste Modellform im Falle zeitkontinuierlicher Modelle bilden die Differentialgleichungen.

Als einfaches Beispiel sei eine Hypothese aus der Anspruchsanpassungstheorie von MARCH und SIMON angeführt. [128, S.48]

Definiert man mit

$A(t)$: Anspruchsniveau einer Person im Zeitpunkt t

$B(t)$: Erwartete Belohnung einer Person im Zeitpunkt t

so bedeutet die Hypothese

$$\frac{dA}{dt} = \alpha[B(t) - A(t) + a] \quad (\alpha > 0, a > 0)$$

daß die infinitesimal kleine Änderungsrate von A , die Dann-Komponente der Hypothese, durch die auf der rechten Seite der Gleichung stehende Wenn-Komponente verzögert bestimmt wird.

Dynamische Modelle in Form von Differentialgleichungen sind gelegentlich in den Wirtschaftswissenschaften zu finden. Dennoch wollen wir uns im folgenden nicht mit diesem Modelltyp beschäftigen, sondern allein mit den zeitdiskreten dynamischen Modellen. Diese Entscheidung mag befremdlich erscheinen, wenn man bedenkt, daß sich dieses Buch

generell mit der Analyse dynamischer Systeme befassen soll. Um diese Bedenken gleich auszuräumen, sei im Vorgriff schon darauf hingewiesen, daß jedes reale sozioökonomische System, welches durch ein zeitkontinuierliches Modell beschrieben wird, auch durch ein zeitdiskretes dynamisches Modell repräsentiert werden kann.

1.2.2. Metrisch dynamische zeitdiskrete äquidistante Modelle (MZÄ)

Bei der Anwendung zeitdiskreter Modelle wird unterstellt, daß die Werte der betrachteten Größen nur zu bestimmten Zeitpunkten bestimmt werden und auch nur diese Werte einen verzögerten Einfluß ausüben. Unterstellt man darüber hinaus, daß diese Zeitpunkte in gleichbleibenden (äquidistanten) Zeitabständen auf der Zeitachse gewählt sind, so läßt sich die Struktur eines derartigen Modells anhand von Abbildung 12.3 demonstrieren.

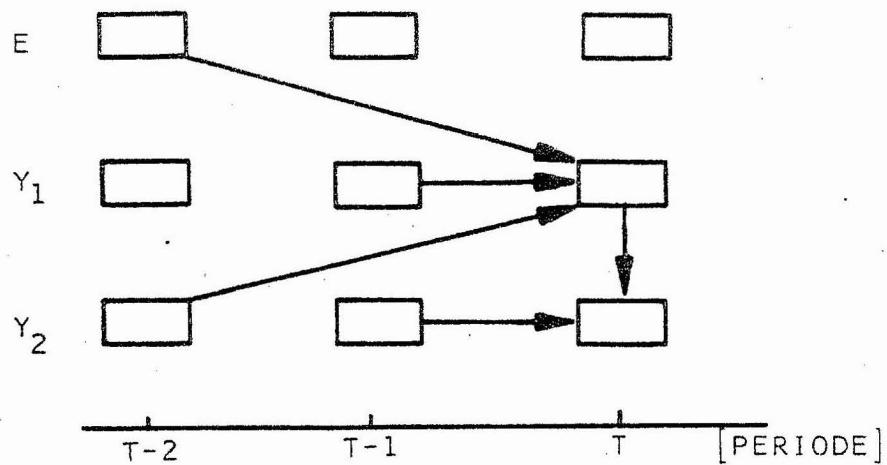


Abb. 12.3 Pfeildiagramm eines metrisch dynamischen zeitdiskreten und äquidistanten Modells

Die Werte der metrischen Größen Y_1 , Y_2 und E sind nur in den Zeitpunkten t , $t-1$, $t-2$, ... definiert und beeinflussen mit diesen Werten in verzögelter Weise die Ausprägungen von Y_1 und Y_2 .

Die dynamischen Beziehungen in Abbildung 12.3 lassen sich durch die

Gleichungen

$$\begin{aligned}Y_1(t) &= F[E(t-2), Y_1(t-1), Y_2(t-2)] \\Y_2(t) &= F[Y_2(t-1), Y_1(t)]\end{aligned}$$

beschreiben. Derartige Gleichungen bezeichnet man als Differenzengleichungen. Nach der ersten Kennzeichnung zeitdiskreter äquidistanter Modelle soll wieder die Frage aufgegriffen werden, ob es zulässig ist, sich ausschließlich auf diesen Modelltyp zu beschränken und damit zeitkontinuierlich dynamische Modelle außer Acht zu lassen. Diese Fragestellung läuft auf die weitere Frage hinaus, welche der beiden Modellformen, zeitkontinuierliche oder zeitdiskrete, zur Abbildung empirischer Beziehungen besser geeignet ist.

Eine Antwort kann sich letztlich nur aus der Erfahrung ergeben. Allerdings zeigt die Beobachtung empirischer Größen im Zeitverlauf, daß sich diese selten kontinuierlich ändern. Fast alle Änderungen physikalischer, physiologischer und auch sozialer Größen vollziehen sich unstetig, so daß man im empirischen Bereich geradezu von einem 'Primat der Unstetigkeit' sprechen kann. Es ist kein physikalisches oder ein einer anderen Wissenschaft zugehöriges Experiment bekannt, das die Annahme einer stetigen Änderung empirischer Phänomene bestätigt. Auch in dem klassischen Anwendungsbereich stetiger Modelle, der Elektrotechnik, stellen die stetigen Modelle eine Abstraktion dar. Der elektrische Stromfluß beispielsweise ist nicht stetig, sondern wird in gewissen einzelnen Portionen, den Elektronenladungen, befördert. Im wirtschaftlichen Bereich sind fast nur unstetige Veränderungen ökonomischer Größen zu beobachten: So werden Lagerbestände nur täglich oder wöchentlich ergänzt, Budgetgrößen erfahren nur in gewissen Zeitabständen eine Revision, und zwischen den Preisänderungen vieler Artikel liegen gewöhnlich größere Zeitabstände.

Bei der Verwendung von Differenzengleichungen wird zwar angenommen, daß die betrachteten ökonomischen Größen sich unstetig ändern, aber jeweils nur am Anfang oder Ende einer bestimmten stets gleichbleibenden (äquidistanten) Periode. Innerhalb dieser Periode dagegen werden die Größen als unverändert angesehen. Der Wert am Periodenanfang oder

-ende repräsentiert damit die ganze Periode. Die Beeinflussung einer Variablen $Y(t)$ im Zeitpunkt t durch die Vergangenheitsausprägungen ihrer eigenen Größe sowie anderer Variablen kann damit so interpretiert werden, 'als ob' sie nur von den Ausprägungen am Anfang oder Ende der betreffenden Perioden beeinflußt werden würde.

Die Erfahrungen bei der Entwicklung ökonomischer Modelle haben gezeigt, daß Differenzengleichungsmodelle im allgemeinen besser als zeitkontinuierliche Modelle in der Lage sind, ökonomische Phänomene zu beschreiben.² Dies liegt daran, daß viele ökonomische Entscheidungen und die durch sie ausgelösten Veränderungen der Variablen in annähernd periodischen Abständen getroffen werden, was der Struktur der Differenzengleichungen stärker entspricht.

Betrachtet man die derzeitig vorhandenen dynamischen ökonomischen Modelle, die in Form von Differentialgleichungen formuliert sind, so führt ihre Analyse fast immer zu dem Urteil, daß es sinnvoller ist, sie in eine Differenzengleichungsform umzuwandeln.

Betrachten wir beispielsweise die bereits angeführte Hypothese

$$dA/dt = \alpha[B(t) - A(t) + a]$$

Es fällt schwer, sich vorzustellen, daß die Änderung des Anspruchsniveaus A kontinuierlich, d.h. in infinitesimal kleinen Zeitabständen verlaufen soll. Einleuchtender dürfte die Annahme einer periodenweisen Veränderung sein, was zu der folgenden Differenzengleichung führt:

$$A(t+1) - A(t) = \alpha[B(t) - A(t) + a] \quad \text{mit } t=0,1,2\dots$$

Neben der in vielen Fällen größeren empirischen Adäquanz der diskreten Beschreibungsform bietet die Verwendung von Differenzengleichungen zusätzlich eine Reihe methodisch-operationaler Vorteile:

- (1) Die Formulierung dynamischer Beziehungen in Form von Differenzengleichungen ist anschaulicher, und die kausale Struktur der Zusammenhänge kommt wie bei der Verwendung von Pfeilschemata in ihnen deutlicher zum Ausdruck als in Kalkülen mit stetigen Zeitargumenten.
- (2) Die Anwendung von sogenannten Parameterschätztechniken ist, wie

² Vergl. hierzu [14, S.221], [208, S.2]

wir sehen werden, nur bei einem Differenzengleichungsansatz durchführbar.

(3) Komplexe nichtlineare Differenzengleichungssysteme lassen sich mit elektronischen Digitalrechnern in nahezu beliebigem Umfang simulieren. Der Simulation entsprechender dynamischer Kalküle mit kontinuierlichen Zeitargumenten sind wegen des technischen Leistungsvermögens der hierzu erforderlichen Analogrechner Grenzen gesetzt. Dies gilt in verstärktem Maße für stochastisch dynamische Modelle. Die Simulation von Zufallszahlenfolgen in dynamischen Modellen kann mit Digitalrechnern unter Benutzung von Zufallszahlengeneratoren in beliebigem Umfang und mit großer Flexibilität durchgeführt werden. Die Simulation stochastischer dynamischer Modelle mit stetigen Zeitargumenten ist aber nur in Sonderfällen technisch realisierbar. Aus diesen Gründen sollen in den weiteren Untersuchungen nur metrische, zeitdiskrete und äquidistante dynamische Modelle erörtert werden, die wir abkürzend als dynamische MZÄ-Modelle bezeichnen wollen.

1.2.3. Strukturmerkmale dynamischer MZÄ-Modelle

Die Dimension eines dynamischen Modells bestimmt sich nach der Anzahl der Gleichungen. Ein eindimensionales Modell ist zum Beispiel durch

$$U(t) = 212 + 0,628U(t-1) + 0,537W(t)$$

gegeben.³ Es bedeuten dabei

$U(t)$: Umsatz eines Unternehmens in Periode t

$U(t-1)$: Umsatz eines Unternehmens in Periode t-1

$W(t)$: Werbeausgaben des Unternehmens in Periode t

In vielen Fällen können dynamische Modelle nur durch mehrere Gleichungen in adäquater Weise beschrieben werden.

So besteht das von SAMUELSON entwickelte Multiplikator-Akzelerator-Modell aus drei Gleichungen. [173]. Dieses dreidimensionale Modell

³ Siehe zu diesem Modell [159, S.91]

beschreibt die Beziehungen zwischen dem Volkseinkommen, dem Konsum und den Investitionen in einer Volkswirtschaft. Die erste Hypothese wird als Konsumfunktion bezeichnet.

$$C(t) = \alpha Y(t-1)$$

Sie besagt, daß der Konsum C in der Periode t dem Volkseinkommen Y der Vorperiode proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor α wird als Konsumquote bezeichnet.

Nach der zweiten Hypothese, der sogenannten Investitionsfunktion,

$$I_i(t) = \beta [C(t) - C(t-1)]$$

werden die durch den Konsum induzierten Investitionen $I_i(t)$ von den Unternehmern proportional der Änderungsrate des Konsums, d.h. $C(t) - C(t-1)$ bestimmt. Der Proportionalitätsfaktor β wird als Akzelerator bezeichnet.

Die dritte Gleichung des Systems wird durch eine Definitionsgleichung des Volkseinkommens gebildet, die sich aus

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

bestimmt. Die Größe $I_a(t)$ repräsentiert hierbei die autonomen, d.h. nicht durch Konsumänderungen bewirkten, Investitionen der Unternehmer. Das Multiplikator-Akzelerator-Modell wird in dieser Arbeit durchgehend als Standardbeispiel zur Demonstration der vielfältigen Aspekte einer dynamischen Modellbildung und -analyse verwendet. Aus Abkürzungsgründen soll fortan von einem MA-Modell oder MA-System gesprochen werden.

Nach der beispielhaften Darstellung eines ein- und dreidimensionalen MZÄ-Modells soll ein Begriffsapparat zur Bezeichnung der Modellelemente eingeführt werden.

Betrachten wir zum Beispiel den Fall eines zweidimensionalen MZÄ-Modells, d.h.

$$Y_1(t) = F[Y_1(t-1), Y_1(t-2), Y_2(t), Y_2(t-2), E_1(t), E_1(t-1), E_1(t-2), E_2(t)]$$

$$Y_2(t) = F[Y_1(t-1), Y_2(t-2), E_1(t)]$$

so lassen sich verschiedene Typen von Variablen unterscheiden.

Sämtliche Variablen gehören entweder den endogenen oder exogenen Variablen an. Eine Variable ist endogen, wenn ihre numerischen Werte durch die Gleichungen des Modells bestimmt werden können. In unserem Fall sind also die Variablen Y_1 und Y_2 endogen. Exogene Variablen müssen in einem dynamischen Modell 'von außen' numerisch vorgegeben werden. Zu den exogenen Variablen zählen die Variablen E_1 und E_2 . Die eine endogene Variable im Zeitpunkt t beeinflussenden endogenen und exogenen Variablenausprägungen der Vorperioden werden als verzögerte endogene und verzögerte exogene Variablen bezeichnet.

Die Variablen $Y_1(t-1)$, $Y_1(t-2)$ und $Y_2(t-2)$ gehören somit zur Gruppe der verzögerten endogenen, $E_1(t-1)$ und $E_1(t-2)$ zu den verzögerten exogenen Variablen. Variablen mit dem Zeitindex t dagegen werden als unverzögerte Variablen bezeichnet. In diese Kategorie fallen $Y_1(t)$, $Y_2(t)$, $E_1(t)$ und $E_2(t)$. Exogene Variablen lassen sich in zeitkonstante und zeitvariable exogene Variablen unterscheiden. Eine zeitkonstante exogene Variable bleibt während des Betrachtungszeitraumes zahlenmäßig unverändert. Sie wird auch kurz als Parameter bezeichnet. Eine zeitveränderliche exogene Variable nimmt mit variierendem t unterschiedliche Werte an. Sind die exogenen Variablen wie im angeführten Beispiel nur mit dem Symbol $E(t)$ bezeichnet, so reicht diese Information nicht aus, um eine Klassifizierung vorzunehmen. Im Falle $E(t) = 0,5$ handelt es sich beispielsweise um eine zeitkonstante exogene Variable oder kürzer einen Parameter, im Falle $E(t) = 0,5t$ um eine zeitveränderliche exogene Variable.

Die exogenen Variablen sowie die verzögert endogenen Variablen werden zur Gruppe der vorherbestimmten Variablen zusammengefaßt. Diese Bezeichnung ergibt sich, wie wir in Kürze erkennen werden, aus dem Umstand, daß die numerischen Werte dieser Variablen vorgegeben (vorherbestimmt) sein müssen, um die zahlenmäßige Ausprägung der unverzögert endogenen Variablen bestimmen zu können. Im angeführten Beispiel zählen alle auf der rechten Seite der beiden Gleichungen stehenden Variablen zu den vorherbestimmten Variablen.

In Abbildung 12.4 ist das als Beispiel herangezogene dynamische Modell nach dem erörterten Begriffssystem klassifiziert.

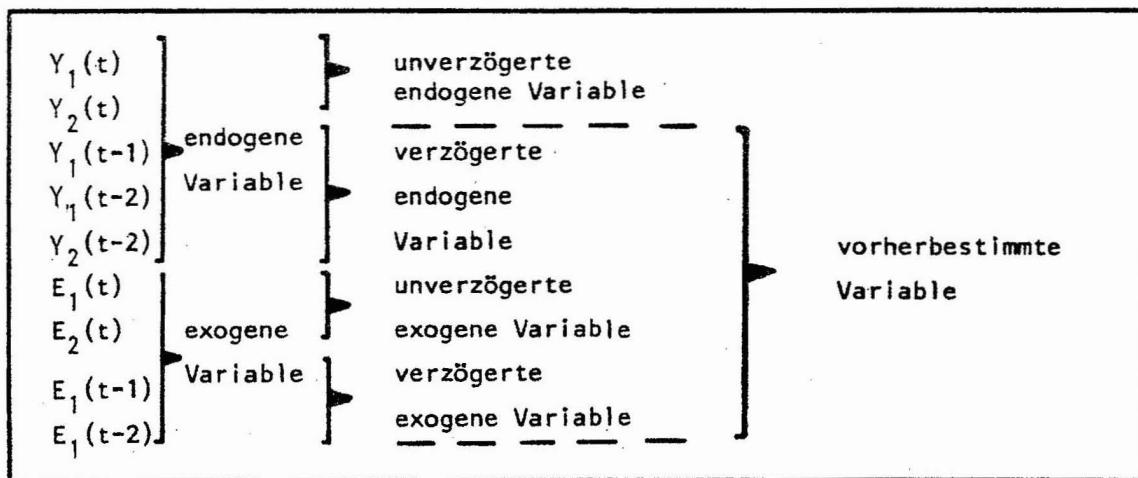


Abbildung 12.4 Beispiel der Variablenklassifizierung eines dynamischen Modells

Der Grad einer Differenzengleichung entspricht der größten Zeitverzögerung, die eine der verzögerten Variablen gegenüber t aufweist. So ist die Gleichung für $Y_2(t)$ wegen $Y_2(t-2)$ eine Differenzengleichung zweiten Grades.

Die Einführung des begrifflichen Instrumentariums erfolgte bisher unter der stillschweigenden Annahme eines deterministischen Modells, welches eine sichere Beziehung zwischen den vorherbestimmten und den endogenen Modellvariablen behauptet.

Betrachten wir beispielsweise das erwähnte eindimensionale Modell

$$U(t) = 212 + 0,628U(t-1) + 0,537W(t)$$

so kann durch die zahlenmäßige Konkretisierung von $U(t-1)$ und $W(t)$ für jede Periode ein Zahlenwert für $U(t)$ ermittelt werden.

Den deterministischen Modellen stehen die sogenannten stochastischen Modelle gegenüber. Es liegt daher die Frage nahe, ob die Verwendung stochastischer Modelle nicht zur Einführung eines besonderen Begriffsapparats für stochastische Modelle zwingt.

Glücklicherweise kommt man jedoch mit den bisher entwickelten begrifflichen Instrumenten aus, d.h. man kann die in Abbildung 12.4 angeführten Variablenbegriffe auch zur Kennzeichnung stochastischer Modelle verwenden.

Um diesen etwas überraschenden Zusammenhang zu verdeutlichen, wollen wir in einer ersten, vorläufigen Darstellung den grundsätzlichen Charakter eines stochastischen MZÄ-Modells schildern. Betrachten wir das dynamische Modell

$$Y(t) = 0,5Y(t-1) + \varepsilon(t)$$

so liegt es nahe, hier von einem deterministischen Modell mit einer endogenen Variablen Y und einer exogenen Variablen ε zu sprechen. Nunmehr wird uns aber mitgeteilt, daß die Variable ε in ihrer konkreten numerischen Ausprägung nicht bekannt sein soll. Bekannt ist allein, daß ε einer Wahrscheinlichkeitsverteilung angehört. Oder anders ausgedrückt: von ε ist nur die Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt, aus der ε in jeder Periode gewissermaßen als Stichprobe entnommen wird.

Ist von ε aber nur die Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt, so kann von der endogenen Variablen $Y(t)$ im günstigsten Fall auch nur die Wahrscheinlichkeitsverteilung ermittelt werden. Dies ist das Kennzeichen eines stochastisch dynamischen MZÄ-Modells, welches uns die Verallgemeinerung erlaubt: In einem stochastischen MZÄ-Modell ist zumindest eine exogene Variable nur in Form ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt, was zur Folge hat, daß die endogenen Variablen des Modells ebenfalls nur durch ihre Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben werden können.

Dem Leser wird nicht entgangen sein, daß bei diesem stochastischen Modell mit den Begriffen einer exogenen und endogenen Variablen gearbeitet wurde. Der Grund liegt darin, daß es ein Präzisionsniveau der Formulierung von MZÄ-Modellen gibt, auf das diese Begriffe unabhängig von der Unterscheidung zwischen 'stochastisch' und 'deterministisch' anwendbar sind. Der geschilderte Begriffsapparat kann daher für beide Modellformen verwendet werden. Im Falle unseres einfachen Beispieles zeigt sich, daß die Klassifizierung in endogen verzögerte und exogen unverzögerte Variablen anwendbar ist, ohne daß bekannt sein muß, ob es sich letztlich um ein stochastisches oder deterministisches Modell handelt.

Mit diesen Bemerkungen erhalten wir nur eine erste, vorläufige Vorstellung über die Struktur eines stochastisch dynamischen MZÄ-Modells, sind aber in der Lage, den entwickelten Begriffsapparat auch auf diese Modelle anzuwenden.

Als Ausgangspunkt einer Modellanalyse sind oft bestimmte Darstellungsformen dynamischer Modelle erforderlich. Von Bedeutung sind hier insbesondere die reduzierte Gleichung und die Endgleichung einer endogenen Variablen, auf die wir im folgenden eingehen.

Wird in einem dynamischen Modell eine endogene Variable durch eine Gleichung beschrieben, deren rechte Seite nur vorherbestimmte Variable enthält, so spricht man von der reduzierten Gleichung dieser endogenen Variablen.

Im Falle des MA-Modells

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t) \quad (12.4)$$

$$C(t) = \alpha Y(t-1) \quad (12.5)$$

$$I_i(t) = \beta [C(t) - C(t-1)] \quad (12.6)$$

stellt die Beziehung (12.5) bereits die reduzierte Gleichung des Konsums C dar.

Für das Volkseinkommen Y ist dessen reduzierte Gleichung erst durch eine algebraische Umformung zu gewinnen. Wie man leicht erkennt ergibt sich die reduzierte Gleichung

$$Y(t) = \alpha Y(t-1) + \beta [\alpha Y(t-1) - C(t-1)] + I_a(t) \quad (12.7)$$

durch Einsetzung von (12.5) in (12.6) sowie (12.5) in (12.4) und (12.6) in (12.4). Werden sämtliche endogenen Variablen eines Modells durch reduzierte Gleichungen beschrieben, dann spricht man davon, daß das Modell in seiner reduzierten Form dargestellt sei.

Gelingt es durch weitere Umformungen, die in der reduzierten Gleichung einer bestimmten endogenen Variablen enthaltenen übrigen verzögerten endogenen Variablen zu eliminieren, so gelangt man zu einer Gleichungsform, bei der die betrachtete endogene Variable allein von ihren eigenen verzögerten Ausprägungen sowie den verzögerten und unverzögerten exogenen Variablen abhängig ist. Eine derartige Glei-

chungsform wird mit TINBERGEN als die Endgleichung der betreffenden endogenen Variablen bezeichnet. Andere Autoren gebrauchen statt dessen den Ausdruck: separierte Form oder separiert reduzierte Form. [206, S.137], [130, S.20], [51, S.17].

Die Endgleichung oder separiert reduzierte Form ergibt sich in dem Beispiel des Multiplikator-Akzelerator-Modells in folgender Weise: Die Verzögerung des Zeitargumentes um eine Periode in (12.5) liefert

$$C(t-1) = \alpha Y(t-2) \quad (12.8)$$

Mit (12.8) und (12.7) folgt die Endgleichung von Y

$$Y(t) = (\alpha + \alpha\beta)Y(t-1) - \alpha\beta Y(t-2) + I_a(t) \quad (12.9)$$

Für die Variable I_i ergibt sich die Endgleichung bei entsprechendem Vorgehen mit

$$I_i(t) = (\alpha + \alpha\beta)I_i(t-1) - \alpha\beta I_i(t-2) + \alpha\beta I_a(t) - \alpha\beta I_a(t-1)$$

Man kann zwischen der Erklärungs- und Standardform einer Endgleichung unterscheiden. Die Erklärungsform

$$Y(t) = \omega_1 Y(t-1) + \omega_2 Y(t-2) + \dots + \omega_n Y(t-n) + \sum_{\eta=0}^s g_\eta E(t-\eta) \quad (12.10)$$

wird im Rahmen der Aufstellung und Interpretation von Hypothesengleichungen verwendet. Mit $\omega_v = -a_v$ ($v=1, 2, \dots, n$) erhält man durch Umordnung die Standardform

$$Y(t) + a_1 Y(t-1) + \dots + a_n Y(t-n) = \sum_{\eta=0}^s g_\eta E(t-\eta) \quad (12.11)$$

Sie bildet den Ausgangspunkt zur analytischen Untersuchung bestimmter interessierender Modellimplikationen. Primäre Hypothesenansätze treten selten in Form von Endgleichungen auf. Daher ist es oft notwendig, erst die Endgleichungen eines Modells zu ermitteln.

Mit Hilfe einer Endgleichung gelingt es, eine endogene Variable gewissermaßen vom übrigen System 'abzukoppeln', weil alle Informationen über den Zeitverlauf dieser endogenen Variablen in der Endgleichung enthalten sind, gleichgültig, wie stark diese endogene Variable in dem System 'vermascht' ist.⁴

⁴ Präzise Kriterien zur Beurteilung der Vermaschung der endogenen Variablen in einem Modell werden in Abschnitt 2.5 entwickelt.

1.3. Strukturgleichungstypen dynamischer MZÄ-Modelle

1.3.1. Hypothesengleichungen

Hypothesengleichungen repräsentieren Wenn-Dann-Behauptungen über die in der Wirklichkeit auftretenden Beziehungen. Sie sollen im folgenden unter verschiedenen Blickrichtungen klassifiziert und beurteilt werden.

In den ersten beiden Abschnitten werden Hypothesengleichungen nach ihrem Bedeutungsgehalt und ihrem empirischen Gehalt unterschieden. Im anschließenden Abschnitt werden sie nach Kriterien gegliedert, die sich aus den Beziehungen zwischen einem Modell und seinem Anwender ergeben.

A. Technologische und institutionelle Hypothesen sowie Verhaltenshypothesen

Nach ihrem Bedeutungsgehalt können Hypothesengleichungen in technologische Gleichungen, institutionelle Gleichungen und Verhaltengleichungen eingeteilt werden. Technologische Gleichungen beschreiben rein technisch bedingte Beziehungen wie etwa den Zusammenhang zwischen dem Materialeinsatz und dem Produktionsausstoß eines Aggregates. Institutionelle Gleichungen beschreiben die Einhaltung bestimmter Sollvorschriften, welche beispielsweise vom Gesetzgeber erlassen werden. Die sogenannte Steuergleichung

$$ST(t) = 0,56STG(t)$$

die für einen zu versteuernden Gewinn STG von über 130 000 DM die Höhe der zu zahlenden Steuern bestimmt, gehört zu diesem Typ.

Institutionelle und technologische Gleichungen lassen sich nicht eindeutig von den Verhaltengleichungen unterscheiden. Denn institutionelle Gleichungen spiegeln das institutionell erzwungene Verhalten von Personen wider, und auch technische Relationen sind nur in den seltensten Fällen losgelöst vom Verhalten bestimmter Personen.

Die Bestimmung von Hypothesen, die das zeitinvariante Verhalten bestimmter Personen behaupten, d.h. die Bestimmung von Verhaltensgleichungen, ist die schwierigste und damit die zentrale Aufgabe jeder Modellbildung. Betrachten wir die beschriebene Investitionsfunktion

$$I_i(t) = \beta[C(t) - C(t-1)]$$

Mit ihr wird behauptet, daß das Investitionsverhalten der Unternehmer in jeder beliebigen Periode t dieser Gleichung gehorcht. Hier melden sich sicher Zweifel an, ob es bei der Mannigfaltigkeit des menschlichen Verhaltens überhaupt möglich ist, derartige präzise und unveränderliche Verhaltensgleichungen zu finden. Dieser Einwand ist berechtigt. Seine generelle Gültigkeit würde allerdings bedeuten, daß man in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften nicht mit dynamischen Modellen arbeiten dürfte.

B. Parametrisch-singuläre, parametrisch-generelle, komparative und nichtkomparative Hypothesen

Hypothesengleichungen können nach ihrem empirischen Gehalt unterschieden werden, d.h. im Hinblick auf die Bestimmtheit der Verknüpfung zwischen ihren Wenn- und Dann-Komponenten. Wir wollen im folgenden am Beispiel der Konsumfunktion eines MA-Systems eine Klassifikation von Hypothesen entwickeln, deren Ordnungskriterium der empirische Gehalt einer Hypothese sein soll. Betrachten wir die Konsumfunktion eines bestimmten MA-Systems

$$C(t) = 0,2Y(t-1) \quad (13.1)$$

Eine derartige Hypothese, in welcher jeder Parameter einen numerischen Wert besitzt, soll als parametrisch-singuläre Hypothese bezeichnet werden. Nehmen wir an, einem Modellentwickler sei (vorerst) nur bekannt, daß in dem zu modellierenden MA-System der Konsum $C(t)$ in einem festen Verhältnis α vom Volkseinkommen der Vorperiode $Y(t-1)$ abhängt, dann kann er diese Kenntnis durch die Hypothese

$$C(t) = \alpha Y(t-1) \quad (13.2)$$

zum Ausdruck bringen. Eine Hypothese, die wie (13.2) erst durch ei-

ne numerische Konkretisierung ihrer Parameter in eine parametrisch-singuläre überführt wird, soll als parametrisch-generelle Hypothese bezeichnet werden.

Stellt man sich die Frage, welche der beiden Hypothesen (13.1) oder (13.2) einen höheren empirischen Gehalt besitzt, dann wird sich mancher intuitiv für Hypothese (13.1) entscheiden, weil sie offenbar bestimmter ist und daher mehr über die Realität aussagt. Genauer bedeutet dies: Hypothese (13.1) verbietet mehr empirisch mögliche Konsumfunktionen als (13.2). Dieser Unterschied erweist sich als das maßgebende Kriterium zur Kennzeichnung des empirischen Gehalts von Hypothesen, denn es soll die Festlegung gelten: je mehr empirisch mögliche Konstellationen durch eine Hypothese ausgeschlossen werden, umso höher ist ihr empirischer Gehalt. Diese Festlegung besagt, daß eine Hypothese H_2 , die durch Spezialisierung aus einer Hypothese H_1 abgeleitet wurde, einen höheren empirischen Gehalt als Hypothese H_1 besitzt. Auf die Hypothesen zur Erklärung des Konsums angewendet, heißt dies: Hypothese (13.1) wurde aus (13.2) durch die Spezialisierung $\alpha = 0,2$ abgeleitet und besitzt damit einen höheren empirischen Gehalt als (13.2).

Es fragt sich, ob eine derartige Kennzeichnung auch auf stochastische Hypothesen übertragbar ist. Zur Beantwortung dieser Frage ist es wichtig zu wissen, daß nahezu alle zur Modellierung von MZÄ-Modellen verwendeten stochastischen Hypothesen zu den Störgrößenhypotesen zu rechnen sind. Die Verwendung von Störgrößenhypotesen läßt sich durch die folgenden Überlegungen plausibel machen: Ein Modellentwickler formuliert eine deterministische Hypothese wie beispielsweise die oben angeführte Konsumhypothese. Er ist sich jedoch darüber im klaren, daß die auf der rechten Seite der Gleichung stehenden Variablen nicht ausschließlich den Wert von $C(t)$ bestimmen; vielmehr kommen, zusammengefaßt in einer additiv eingehenden Variablen $\varepsilon(t)$, weitere Einflüsse zur Wirkung. Zur Kennzeichnung dieser Einflüsse, die den ursprünglichen deterministischen Ansatz 'stören', nimmt der Modellentwickler an, sie seien durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem Erwartungswert Null und einer im Zeitverlauf konstanten

Standardabweichung beschreibbar. Das stochastische Gegenstück der deterministischen Konsumhypothese wird daher durch die Beziehung

$$C(t) = 0,2Y(t-1) + \varepsilon(t) \quad \varepsilon \in V(\mu=0, \sigma=\text{konst}) \quad (13.3)$$

beschrieben. Mit $\varepsilon \in V(\mu=0, \sigma=\text{konst})$ wird zum Ausdruck gebracht, daß ε ein Element einer Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem Erwartungswert $\mu = 0$ und der Standardabweichung $\sigma = \text{konstant}$ ist. Stochastische Variablen, die in dem beschriebenen Sinne zur Bildung der Hypothesengleichungen dienen, werden als Störgrößen oder auch Schockvariablen bezeichnet.

Im folgenden werden wir uns im Rahmen stochastischer Modelle ausschließlich mit Störgrößenhypotesen beschäftigen.

In einer zum Fall deterministischer Modelle analogen Begriffsanwendung handelt es sich bei (13.3) um eine parametrisch-singuläre stochastische Hypothese. Es liegt die Frage nahe, ob man die beiden Hypothesen (13.1) und (13.3) bezüglich ihres empirischen Gehaltes miteinander vergleichen kann. Es ist einfach zu erkennen, daß Hypothese (13.3) Realisationen von ε mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten 'erlaubt', die von Hypothese (13.1), in welcher $\varepsilon=0$ zu deuten ist, verboten werden. In dieser Interpretationsweise besitzt eine Störgrösenhypothese stets einen geringeren empirischen Gehalt, weil sie mehr Realisationen 'erlaubt' als ihr deterministisches Gegenstück.

Auf der Grundlage des entwickelten Klassifizierungskriteriums von Hypothesen sollen im folgenden weitere Hypothesenarten unterschieden werden.

Formuliert jemand zur Erklärung des Konsums in einem MA-System die Behauptung

'Je größer $Y(t-1)$, desto höher $C(t)$ '

dann kann man diese Behauptung als komparative Hypothese bezeichnen, deren Formalisierung durch

$$C(t) = F[Y(t-1)] \quad dC(t)/dY(t-1) > 0$$

erfolgt. Abkürzend kann diese Beziehung auch durch

$$C(t) = F^+[Y(t-1)] \quad (13.4)$$

beschrieben werden. Noch weniger gehaltvoll ist die Hypothese

$$C = F^+[Y] \quad (13.5)$$

welche nur behauptet, daß mit wachsendem Y auch C wächst, ohne daß die zeitlichen Beziehungen genauer gekennzeichnet werden.

Neben den komparativen sind auch nichtkomparative Hypothesen denkbar. Eine solche läge beispielsweise im Falle einer Konsumfunktion vor, wenn bei Überschreitung eines bestimmten Schwellenwertes des Volkeinkommens Y_s der Konsum C nicht mehr zunimmt, was durch

$$C(t) = \begin{cases} \alpha Y(t-1) & \text{für } Y(t-1) \leq Y_s \\ \alpha Y_s & \text{für } Y(t-1) > Y_s \end{cases} \quad (13.6)$$

beschrieben werden kann oder in abgekürzter Form (unter Verringerung des empirischen Gehaltes) durch

$$C(t) = F^\pm[Y(t-1)] \quad (13.7)$$

symbolisiert wird. Eine weitere Verringerung des empirischen Gehaltes käme mit der Formulierung

$$C = F^\pm[Y] \quad (13.8)$$

zum Ausdruck.

Eine Hypothese kann auch durch mehrere Je-Desto-Aussagen gekennzeichnet werden. Beispielsweise führen die beiden Behauptungen

'Je größer $Y(t-1)$, desto größer $C(t)$ '

und

'Je größer $I(t-1)$, desto kleiner $C(t)$ '

zu der Formalisierung

$$C(t) = F[Y(t-1), I(t-1)] \quad \partial C(t)/\partial Y(t-1) > 0 \text{ und } \partial C(t)/\partial I(t-1) < 0$$

oder zu der abkürzenden Ausdrucksweise

$$C(t) = F[Y^+(t-1), I^-(t-1)] \quad (13.9)$$

Die Variable I soll in diesem Fall die Inflationsrate des zu modellierenden Systems bezeichnen. Eine weitere Verringerung der Bestimmt-

heit enthält die Hypothese

$$C = F[Y^+, I^-] \quad (13.10)$$

Hypothesen der Form (13.5) und (13.10) werden oft in Flußdiagrammen zur ersten Abbildung eines Systems verwendet.

	BEZEICHNUNG DER HYPOTHESE (DES MODELLS)	SYMBOLISCHE DARSTELLUNG AM BEISPIEL DER KONSUMFUNKTION
monokausal	parametrisch-singulär	$C(t) = 0,2Y(t-1)$
	parametrisch-generell	$C(t) = \alpha Y(t-1)$
	komparativ	$C(t) = F^+[Y(t-1)]$ $C = F^+[Y]$
	nichtkomparativ	$C(t) = F^\pm[Y(t-1)]$ $C = F^\pm[Y]$
	nichtparametrisch	$C(t) = F[Y(t-1)]$ $C = F[Y]$
multikausal	komparativ	$C(t) = F[Y^+(t-1), I^-(t-1)]$ $C = F[Y^+, I^-]$

Tab. 13.1 Klassifikation von Hypothesen unterschiedlichen empirischen Gehalts, die denselben Zusammenhang (Konsumhypothese) beschreiben

Hypothesen, die mehrere Variablen als Wenn-Komponenten enthalten, können als multikausale Hypothesen bezeichnet werden. Im Gegensatz dazu zählen Hypothesen mit einer Variablen als Wenn-Komponente zu den monokausalen Hypothesen. Die Hypothesen (13.9) und (13.10) gehören daher zu den komparativen multikausalen Hypothesen. Da die Hypothese (13.2) durch Spezialisierung aus den Hypothesen (13.9) und (13.10) ableitbar ist, besitzt sie einen höheren empirischen Gehalt.

Als eine nichtparametrische monokausale Hypothese können schließlich

die Beziehungen

$$C(t) = F[Y(t-1)] \quad (13.11)$$

oder

$$C = F[Y] \quad (13.12)$$

bezeichnet werden, die allein zum Ausdruck bringen, daß $C(t)$ von $Y(t-1)$ oder - noch unbestimmt - C von Y beeinflußt wird.

Wenn hier von Mono- und Multikausalität die Rede ist, so wird damit nichts über die in dem betreffenden System 'tatsächlich' wirkenden kausalen Zusammenhänge gesagt, sondern nur, daß in der aufgestellten Hypothese der Einfluß einer oder mehrerer zeitvariabler Wenn-Komponenten behauptet wird.

Tabelle 13.1 zeigt eine zusammenfassende Übersicht der nach ihrem empirischen Gehalt differenzierten Formen von Hypothesen.

C. Kontrollierte und unkontrollierte, primäre und sekundäre Hypothesen

Hypothesen können auch im Hinblick auf ihre pragmatischen Relationen unterschieden werden, d.h. im Hinblick auf die zwischen den Hypothesen und einem Hypothesen- oder Modellanwender bestehenden Beziehungen.

Unter pragmatischen Gesichtspunkten ist die Unterscheidung von Bedeutung, ob ein Modellanwender die Realisierung einer Verhaltengleichung bewirken kann oder nicht. In diesem Sinne spricht man von kontrollierten und unkontrollierten Hypothesengleichungen.

Eine kontrollierte Hypothesengleichung beschreibt das Verhalten einer Person, einer Personengruppe oder eines technischen Aggregats, welches vom Modellanwender direkt oder indirekt bewirkt wird. Die Entscheidung eines Unternehmens als Modellanwender eine prozyklische Werbepolitik entsprechend der Gleichung

$$W(t) = 0,05 U(t-1) \quad \begin{aligned} W &= \text{Werbeausgaben} \\ U &= \text{Umsatz} \end{aligned}$$

vorzunehmen, führt zu einer kontrollierten Verhaltengleichung, wenn

dieses Verhalten in einem Modell beschrieben wird. Sämtliche sogenannten Entscheidungsregeln, wie beispielsweise bestimmte Bestellpolitiken im Lagerwesen von Betrieben, sind den kontrollierten Verhaltensgleichungen zuzurechnen. Die in Lagerhaltungssystemen oft praktizierte sogenannte s,S-Bestellpolitik führt beispielsweise zu der Verhaltensgleichung

$$B(t) = \begin{cases} S-s & \text{für } LB(t-1) \leq s \\ 0 & \text{für } LB(t-1) > s \end{cases}$$

mit B: Bestellmenge

S: Referenzbestand

LB: Lagerbestand

s: Schwellenbestand

Kontrollierte Verhaltensgleichungen sind einfacher zu erfassen, weil sie die Befolgung bewußt formulierter Verhaltensvorschriften zum Ausdruck bringen. Schwieriger gestaltet sich dagegen die Gewinnung wirklichkeitsnaher unkontrollierter Verhaltensgleichungen wie zum Beispiel die Gewinnung einer Hypothese über die Reaktion des Marktes auf Preisänderungen.

Im Hinblick auf den Entstehungszusammenhang kann man zwischen primären und sekundären Hypothesen unterscheiden. Unter primären Hypothesen werden die von einem Modellentwickler formulierten Hypothesengleichungen verstanden.

Unterstellen wir, daß ein Modellentwickler ein MA-System mit Hilfe des bereits erörterten MA-Modells beschreibt, dann ist die Erklärungsgleichung der Investitionen

$$I_i = \beta[C(t) - C(t-1)]$$

eine primäre Hypothese.

Sekundäre Hypothesen ergeben sich durch mathematische Umformungen der primären Hypothesen.

Ausgehend von dem Ansatz

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t) \quad (13.13)$$

$$C(t) = \alpha Y(t-1) \quad (13.14)$$

$$I_i(t) = \beta[C(t) - C(t-1)] \quad . \quad (13.15)$$

erhalten wir mit (13:14) in (13.15) die sekundäre Hypothese zur Er-

klärung der induzierten Investition I_i

$$I_i(t) = \beta\alpha[Y(t-1) - Y(t-2)] \quad (13.16)$$

und mit (13.13) in (13.16) die weitere sekundäre Hypothese

$$I_i(t) = \alpha\beta[C(t-1) - C(t-2) + I_i(t-1) - I_i(t-2) + I_a(t-1) - I_a(t-2)] \quad (13.17)$$

und schließlich mit (13.15) und (13.17) die ebenfalls sekundäre Hypothese

$$I_i(t) = (\alpha + \alpha\beta)I_i(t-1) - \alpha\beta I_i(t-2) + \alpha\beta I_a(t-1) - \alpha\beta I_a(t-2) \quad (13.18)$$

Die Unterscheidung zwischen primären und sekundären Hypothesen ist pragmatisch bedingt, d.h. sie ist stets nur im Hinblick auf einen bestimmten Modellentwickler anwendbar. Denn es ist durchaus denkbar, daß zwei Personen, die bei der Beschreibung eines Systems zu demselben Modell gelangten, sich in den primären Hypothesen dieses Modells voneinander unterscheiden. So wäre es vorstellbar, daß ein Modellentwickler im Falle des MA-Modells die Hypothese (13.16) der induzierten Investition als primäre Hypothese wählt, während ein anderer von der bekannten Hypothese (13.15) ausgeht.

Unter der minimalen Hypothese einer endogenen Variablen versteht man die Beschreibung dieser Variablen durch ihre Endgleichung. Die Beziehung (13.18) ist daher die minimale Hypothese der induzierten Investitionen. Das Attribut 'minimal' wurde gewählt, weil in dieser Darstellungsform sämtliche Informationen, die zur vollständigen Erklärung der endogenen Variablen erforderlich sind, nicht auf verschiedene miteinander verknüpfte Gleichungen 'verstreut' sind, sondern unter minimaler Redundanz in einer Gleichung verdichtet wurden. Diese Bezeichnungsweise korrespondiert mit dem von dem Wissenschaftstheoretiker HEMPEL geprägten Begriff eines Minimalgesetzes der wissenschaftlichen Erklärung (minimal covering law). HEMPEL, der diesen Begriff im Rahmen seiner Betrachtungen zur Explikation des Begriffs der wissenschaftlichen Erklärung verwendet, spricht dann von einem Minimalgesetz der wissenschaftlichen Erklärung, wenn es gelingt, alle Gesetze G_1, G_2, \dots, G_n , die zur Erklärung oder Prognose eines Phänomens notwendig sind, zu einem Gesetz G zusammenzufassen. [187, S.85f]

Deutet man eine parametrisch-generelle Hypothese als ein Gesetz, d.h. als eine Wenn-Dann-Aussage, deren generelle Parameter einen prinzipiell unendlichen Individuenbereich umfassen, dann ist eine parametrisch-generelle minimale Hypothese als Minimalgesetz im Sinne HEMPEls zu verstehen.

Minimale Hypothesen werden äußerst selten als primäre Hypothesen formuliert. Als Beispiel sei die Hypothese des Weltbevölkerungswachstums

$$B(t) = 1,02B(t-1)$$

angeführt. In fast allen Fällen sind minimale Hypothesen zugleich sekundäre Hypothesen, d.h. sie folgen aus der deduktiven Erschließung eines Modells. Die wesentliche Aufgabe der deduktiven Erschließung dynamischer Modelle besteht darin, primäre Hypothesen in diejenigen sekundären Formen zu überführen, welche bestimmte strukturelle Modelleigenschaften erkennen lassen.

1.3.2. Definitionsgleichungen

Definitionsgleichungen unterscheiden sich von den anderen Gleichungsformen eines Modells dadurch, daß es nicht sinnvoll ist, nach ihrer Wahrheit zu fragen. Sie stellen bestimmte Festsetzungen des Sprach- und Zeichengebrauchs dar, wie beispielsweise die buchhalterische Identität

$$\text{Gewinn} = \text{Umsatz} - \text{Kosten}$$

oder Bestandsfortschreibungsgleichungen wie

$$\begin{aligned} \text{Lagerbestand } (t) &= \text{Lagerbestand } (t-1) - \text{Abgang } (t-1, t) + \\ &\quad + \text{Zugang } (t-1, t) \end{aligned}$$

Definitionsgleichungen bilden das Grundgerüst, an das die Hypothesen in Form von Hypothesengleichungen anknüpfen. Im Falle des MA-Modells addieren sich, wie an dem Schema zu erkennen ist, die Dann-Komponen-

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

H₁ H₂
 $[Y(t-1), \alpha]$ $[C(t), C(t-1), \beta]$ exogene Variable
 Wenn-Komponenten
 der Hypothesen

ten $C(t)$ und $I_i(t)$ der Hypothesen H_1 und H_2 mit der exogenen Variablen $I_a(t)$ anhand der Definitionsgleichung zu einer als Volkseinkommen definierten Größe $Y(t)$. Der Gebrauch von Definitionsgleichungen hängt eng mit der Disaggregierung der Modellvariablen zusammen. Betrachten wir beispielsweise die Bestandsgleichung der Bevölkerung in einem Land

$$B(t) = B(t-1) + G(t) - S(t)$$

mit $B(t)$: Bestand der Bevölkerung am Jahresanfang t

$G(t)$: Anzahl der Geburten während des Jahres t

$S(t)$: Anzahl der Todesfälle während des Jahres t

Wir wollen von dieser Definitionsgleichung ausgehend ein dynamisches Modell der Bevölkerungsentwicklung aufstellen. Gelingt es uns, mit Hilfe adäquater Hypothesen die Sterberate $S(t)$ und die Geburtenrate $G(t)$ als Dann-Komponenten einer dynamischen Hypothesengleichung zu formulieren, dann würde man zur Erklärung der Bevölkerungsentwicklung mit einer Definitionsgleichung auskommen.

Gegen den Versuch, solche Hypothesen für $S(t)$ und $G(t)$ zu finden, könnte der Einwand erhoben werden, daß solche hoch aggregierten Größen wie die Sterberate und die Geburtenrate der gesamten Bevölkerung nie durch angemessene Hypothesen erfaßt werden können. Es sei vielmehr notwendig zu differenzieren, was etwa in folgender Weise geschehen könnte:

Die Individuenmenge 'Bevölkerung' wird in erschöpfende Teilklassen gegliedert, und es wird der Versuch unternommen, für jede dieser Teil-

klassen eine empirisch aufweisbare Hypothese zu finden. Entscheidet man sich für n Teilklassen, so führt das zu n+1 Definitionsgleichungen, nämlich

$$B(t) = \sum_{i=1}^n B_i(t)$$

$$B_i(t) = B_i(t-1) + G_i(t) - S_i(t) \quad (i=1,2,\dots,n)$$

Die Einteilung der Klassen und damit die Disaggregierung wird unter dem Gesichtspunkt erfolgen, möglichst 'gute' Hypothesen zu finden, in denen $G_i(t)$ und $S_i(t)$ als endogene Variablen fungieren. Auf der Suche nach bewährten Hypothesen für die Sterbe- und Geburtenrate kann man beispielsweise die Bevölkerung nach Alters- und Berufsgruppen, nach regionalen Merkmalen usw. aufteilen. Der Grundgedanke dieser Disaggregierung bedeutet volkstümlich ausgesprochen, daß man nicht alles 'über einen Kamm scheren' kann, und nur eine Differenzierung zum Erfolg führt. Der Trend zur Disaggregierung dynamischer Modelle ist heute allgemein zu beobachten und wurde durch die Einführung leistungsfähiger EDV-Anlagen begünstigt, welche es gestatten, mit Modellen von mehr als tausend Gleichungen zu operieren. Während ein von KLEIN im Jahre 1950 entwickeltes dynamisches MZÄ-Modell aus 20 endogenen Variablen mit 5 Definitionsgleichungen gebildet wurde, setzt sich das Brookingsmodell, ein Modell der amerikanischen Wirtschaft, aus 230 endogenen Variablen, davon 112 Definitionsgleichungen, zusammen. Derzeit ist geplant, dieses Modell auf über 1000 endogene Variablen zu erweitern.

Im Hinblick auf das Ziel, empirisch gehaltvolle Modelle zu entwickeln, liegt es nahe, im Falle unbefriedigender Hypothesen zu versuchen, durch Disaggregierung bestimmte endogene Variablen $B_i(t)$ zu finden, die sich in befriedigender Weise durch entsprechende Hypothesen beschreiben lassen. Dies würde dazu führen, daß auch die mit diesen Variablen definitorisch verknüpfte Makrogröße $B(t)$ eine empirisch zutreffende Erklärung erfahren würde. Es zeigt sich aber oft, daß man auf einer niedrigen Aggregationsstufe keine wesentlich besseren Hypothesen findet als auf einer höheren, so daß die Modelle zwar voluminöser werden und nur noch von Großcomputern simuliert werden können,

aber in ihrer Erklärungs- und Prognosekraft nicht unbedingt besser sein müssen.

Mehr noch: es ist denkbar, daß ein hoch aggregiertes Modell zu einer besseren Verhaltensgleichung führt als sein disaggregiertes Gegenstück. Dies ist deshalb möglich, weil im Rahmen der Aggregation statistische Schwankungen so ausgeglichen werden können, daß es auf der Makroebene zu einer Bestimmtheit der Beziehungen kommt, die auf der Mikroebene in dieser Stärke nicht immer feststellbar ist.

Mit diesen Bemerkungen soll nicht der Versuch in Mißkredit gebracht werden, Modelle zu disaggregieren. Die Disaggregierung bietet sich vielmehr als ein sinnvoller Weg zur Entwicklung realitätsnaher Modelle an. Es soll nur vor der Illusion gewarnt werden, man hätte hier ein zuverlässiges Allheilmittel zur Verfügung, mit dem es in jedem Fall gelingt, die Wirklichkeit durch ein Modell in befriedigender Weise einzufangen.

Definitionssysteme dienen oft als Ausgangspunkt der Entwicklung dynamischer MZÄ-Modelle. Wie im Falle eines demographischen Modells demonstriert wurde, entwickelt man ein Definitionssystem eines Gegenstandsbereiches und sucht die exogenen Variablen durch Hypothesengleichungen zu erklären und damit zu 'endogenisieren.'

Umfangreiche Definitionssysteme sind bei der Entwicklung von Firmenplanungsmodellen erforderlich. Solche Modelle knüpfen fast ausschließlich an das Begriffssystem des betrieblichen Rechnungswesens an. Die wertmäßigen Transaktionen im Rahmen des Rechnungswesens eines Unternehmens können in Form einer Transaktionsmatrix beschrieben werden. Eine solche Matrix enthält in den Zeilen die Sollseiten und in den Spalten die Habenseiten aller Konten. Die während einer Periode vorgenommenen Buchungen des Betrages S vom Konto i (Soll) an Konto j (Haben) wird durch das Matrix-Element S_{ij} zum Ausdruck gebracht. Sämtliche Buchungsvorgänge eines Unternehmens während einer Periode können daher durch die folgende Transaktionsmatrix beschrieben werden: Die Addition der Elemente einer Zeile i ergibt die Summe der Sollbuchungen des Kontos i . Entsprechend liefert die Summe der Elemente der

Spalte j die Summe aller Habenbuchungen.

		Habenseite des Kontos j	
		1	2....j....n
Sollseite des Kontos i	1	s_{11}	$s_{12}..s_{1j}..s_{1n}$
	2	s_{21}	$s_{22}..s_{2j}..s_{2n}$
	:	:	:
	i	s_{i1}	$s_{i2}..s_{ij}..s_{in}$
	:	:	:
	n	s_{n1}	$s_{n2}..s_{nj}..s_{nn}$

Anhand dieser Größen können die Fortschreibungsgleichungen für die Aktiv- und Passivkonten vorgenommen werden. Für die Aktivkonten ergibt sich die Definitionsgleichung¹

$$A_i(t) = A_i(t-1) + \sum_{j=1}^n (s_{ij}(t) - s_{ji}(t))$$

mit

$A_i(t)$: Bestandsgröße des Aktivpostens i in Periode t

$s_{ij}(t)$: Kumulierter Betrag der Buchungen von Konto i an Konto j

$s_{ji}(t)$: Kumulierter Betrag der Buchungen von Konto j an Konto i

Die Passivkonten ergeben sich entsprechend mit:

$$P_j(t) = P_j(t-1) - \sum_{i=1}^n (s_{ij}(t) - s_{ji}(t))$$

Damit ist ein umfassender definitorischer Rahmen für die Entwicklung von Bilanzplanungsmodellen geschaffen, in denen A_i und P_j die Bilanzposten repräsentieren oder in größeren Modellen über weitere Definitionen zu den Bilanzposten führen.

Solche Definitionssysteme können im Rahmen von Firmenplanungsmodellen hohe Dimensionen annehmen. So besitzt die Firma Siemens ein aus 18 000 Gleichungen bestehendes Definitionssystem.

¹ Siehe im einzelnen [131, S. 196ff.]

In diese Definitionssysteme werden dann die empirischen Hypothesen 'eingehängt'. Betrachten wir beispielsweise die Hypothese

$$S_{46}(t) = 0,3S_{67}(t) + 0,7S_{67}(t-1)$$

unter Berücksichtigung der Kontenfestlegungen

4: Konto Kasse

6: Konto Forderungen aus Warenlieferungen

7: Konto Lagerbestand.

Sie besagt, in welcher Weise die Warenverkäufe S_{67} zu einem (verzögerten) Eingang der Kundenzahlungen S_{46} führen.

S_{46} und S_{67} sind hierbei Elemente der Transaktionsmatrix. Die besagte 'Einhängung' kommt dadurch zustande, daß S_{46} durch die angeführte Hypothese erklärt wird.

Im Rahmen von betrieblichen Planungsmodellen werden auch auf der Grundlage der Transaktionselemente S_{ij} und weiterer Variablen umfangreiche hierarchische Definitionssysteme geschaffen.

Als Beispiel sei das von der Firma Du-Pont entwickelte hierarchische Definitionssystem 'Return on Investment' angeführt.²

Dieses Definitionssystem wird heute von vielen Firmen in zumeist verfeinerter Form zur Operationalisierung ihrer unternehmenspolitischen Zielgrößen verwendet. In der Bundesrepublik Deutschland hat das ZVEI-Kennzahlensystem eine breite Anwendung gefunden. Dieses aus einer Verfeinerung des Du-Pont-Systems entwickelte hierarchische Definitions- system besitzt 124 Definitionsgleichungen, in welche 82 exogene Variablen als erklärende Größen eingehen.

Da die exogenen Variablen in klarer Weise auf der Basis der einschlägigen aktienrechtlichen und buchhalterischen Vorschriften spezifiziert werden können, erweist sich dieses System als eine geeignete Grundlage zur Entwicklung von Firmenplanungsmodellen.

In dem von FORRESTER entwickelten dynamischen Modellierungskonzept System Dynamics nehmen Definitionen in Form von Bestandsfortschrei-

² Siehe [218]

$$\begin{array}{c}
 R(t) = UG(t) \cdot VU(t) \\
 \uparrow \qquad \uparrow \\
 UG(t) = \frac{G(t)}{U(t)} \qquad VU(t) = \frac{U(t)}{V(t)} \\
 \uparrow \qquad \uparrow \\
 G(t) = U(t) - K(t) \qquad V(t) = AV(t) + UV(t) \\
 \uparrow \qquad \uparrow \\
 K(t) = HK(t) + VK(t) + LK(t) + VWK(t) \qquad UV(t) = VR(t) + FO(t) + LM(t)
 \end{array}$$

Erklärung der Symbole:

$R(t)$: Return on Investment	$VU(t)$: Vermögensumschlag
$UG(t)$: Umsatzgewinn	$U(t)$: Umsatz
$V(t)$: Vermögen	$G(t)$: Gewinn
$K(t)$: Kosten	$HK(t)$: Herstellungskosten
$VK(t)$: Verkaufskosten	$LK(t)$: Lagerkosten
$VWK(t)$: Verwaltungskosten	$AV(t)$: Anlagevermögen
$UV(t)$: Umlaufvermögen	$VR(t)$: Vorräte
$FO(t)$: Forderungen	$LM(t)$: Liquide Mittel

Abb. 13.1 Das Kennzahlensystem der Firma Du-Pont als Beispiel eines hierarchischen Definitionssystems

bungsgleichungen - von FORRESTER als Levelgleichungen bezeichnet - eine zentrale Stellung ein. Eine eingehende Erörterung dieser Konzeption erfolgt erst später.³

Bei der Entwicklung größerer Modelle wird man oft auf der Grundlage von Definitionssystemen zur Entwicklung der Hypothesen fortschreiten, die die in den Definitionsgleichungen auftretenden Variablen erklären.

³ Siehe S. 399ff.

Dieses Vorgehen ist deswegen sinnvoll, weil Definitionssysteme nicht wahr oder falsch sein können und deshalb eine sichere Ausgangslage schaffen.

Die einzigen an ein Definitionssystem zu stellenden Forderungen sind, daß es widerspruchsfrei sein soll und daß seine Variablen beobachtungsmäßig aufweisbar sein müssen.⁴

1.4. Schaubildliche Modellierung dynamischer Systeme

Eine schaubildliche Darstellung dynamischer Systeme erleichtert in hohem Maße die gedankliche Vergegenwärtigung und anschauliche Interpretation der Zusammenhänge und führt damit zu einem besseren Verständnis der Systemstruktur.

Dies ist der Grund, daß es heute wohl kein relevantes dynamisches Modell gibt, welches nicht in irgendeiner Form durch Diagramme erläutert oder dokumentiert wird.

Die Darstellung bestimmter Systeme mit Hilfe von Abbildungen ist als eine Form der Modellierung anzusehen. Entsprechend dem empirischen Gehalt derartiger Schaubildmodelle kann man analog zu der in Tabelle 13.1 angeführten Klassifikation von Hypothesen zwischen parametrisch-singulären, parametrisch-generellen, komparativen und nichtparametrischen Schaubildmodellen unterscheiden.

Abbildung 14.1 enthält in Erweiterung von Tabelle 13.1 zusätzlich eine schaubildliche Darstellung der einzelnen Hypothesenarten. Sie ermöglicht es auch, Schaubildmodelle im Hinblick auf ihren empirischen Gehalt zu klassifizieren. Nichtparametrische und komparative Schaubildmodelle dienen oft als Zwischenstufe der Entwicklung eines parametrisch-singulären Differenzengleichungsmodells. Es ist aber auch denkbar, daß aus einem parametrisch-singulären Differenzengleichungsmodell ein nichtparametrisches Schaubildmodell erstellt wird, welches dazu dient, die kausalen Beziehungen, abstrahiert von ihrer konkreten Ausgestaltung, übersichtlich darzustellen.

⁴ Die zweite Forderung ist nicht zu halten, wenn die Verwendung von Zwischenhypothesen zugelassen ist. Vgl. hierzu die späteren Ausführungen auf Seite 153f.

BEZEICHNUNG DER HYPOTHESE (DES MODELLS)	SYMBOLISCHE DARSTELLUNG AM BEISPIEL DER KONSUMFUNKTION	BEISPIEL EINER SCHAUBILDLICHEN MODELLIERUNG (SCHAUBILDMODELL)
parametrisch singulär	$C(t) = 0,2Y(t-1)$	
parametrisch generell	$C(t) = \alpha Y(t-1)$	
komparativ	$C(t) = F^+[Y(t-1)]$ $C = F^+[Y]$	
nichtkomparativ	$C(t) = F^\pm[Y(t-1)]$ $C = F^\pm[Y]$	
nichtparametrisch	$C(t) = F[Y(t-1)]$ $C = F[Y]$	
- komparativ	$C(t) = F[Y^+(t-1), Y^-(t-1)]$ $C = F[Y^+, Y^-]$	
kausal monokausal		

Abb. 14.1 Klassifikation von Hypothesen unterschiedlichen empirischen Gehalts in rein symbolischer Darstellung und in Form einer Schaubildmodellierung am Beispiel der Konsumfunktion eines MA-Modells

Im ersten Fall werden viele Personen geneigt sein, von der schaubildlichen Darstellung eines Systems zu sprechen, während sie bei der erwähnten Ableitung eines nichtparametrischen Schaubildmodells aus einem Differenzengleichungsmodell von einer schaubildlichen Darstellung des Modells sprechen. In unserem Sprachgebrauch handelt es sich in beiden Fällen um die Entwicklung des nichtparametrischen Schaubildmodells eines bestimmten Systems.

In diesem Abschnitt werden verschiedene Diagrammformen (oder Arten von Schaubildmodellen) zur Beschreibung dynamischer Modelle dargestellt und an Beispielen demonstriert.

1.4.1. Kausaldiagramme

Nichtparametrische Modelle werden durch sogenannte Kausaldiagramme bildhaft beschrieben. Sie liefern im Rahmen von MZÄ-Modellen Aussagen über die Beeinflussungsrichtungen der Systemvariablen.

Als Beispiel sei das Kausaldiagramm eines MA-Systems angeführt.

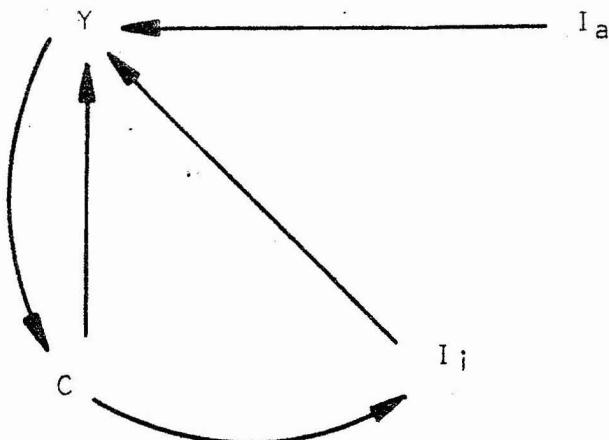


Abb. 14.2 Kausaldiagramm eines MA-Systems

Eine Pfeilspitze kennzeichnet jeweils die Variable, welche von der am Ende des Pfeilschaftes eingetragenen Variablen beeinflußt wird.

Im Falle eines komparativen Kausaldiagrammes werden nicht nur bestimmte Wenn-Dann-Beziehungen zwischen metrischen Größen behauptet, son-

dern die Hypothesen enthalten auch eine zusätzliche Behauptung über die Beeinflussungstendenz. Es handelt sich also um die Darstellung komparativer Modelle. Angenommen die folgenden Je-Desto-Hypothesen über ein MA-System seien uns bekannt.

Je größer Y desto größer C

Je größer C desto größer I_i

Aufgrund der Definitionsgleichung $Y = C + I_i + I_a$ sind wir in der Lage, die folgenden Beziehungen zu formulieren, die jedoch keine Hypothesen darstellen.

Je größer I_i desto größer Y

Je größer C desto größer Y

Je größer I_a desto größer Y

Kennzeichnet man eine Aussage: 'Je größer X desto kleiner Y' durch einen mit einem Minuszeichen versehenen Pfeil, während im umgekehrten Fall der Pfeil mit einem Pluszeichen versehen wird, dann lässt sich die in den fünf Sätzen steckende Information durch das komparative Kausaldiagramm ausdrücken.

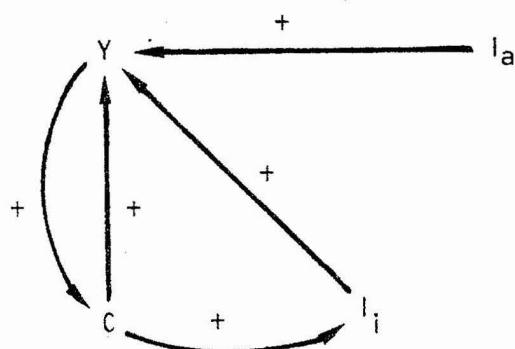


Abb. 14.3 Komparatives Kausaldiagramm eines MA-Systems

Komparative Kausaldiagramme werden sehr oft zur ersten Vorstrukturierung dynamischer Modelle verwendet. Abbildung 14.4 zeigt beispielsweise ein komparatives Kausaldiagramm, welches dem von MEADOWS entwickelten Weltmodell zugrunde liegt.

¹ Übersetzung ins Deutsche durch Verf. [134, S.14]

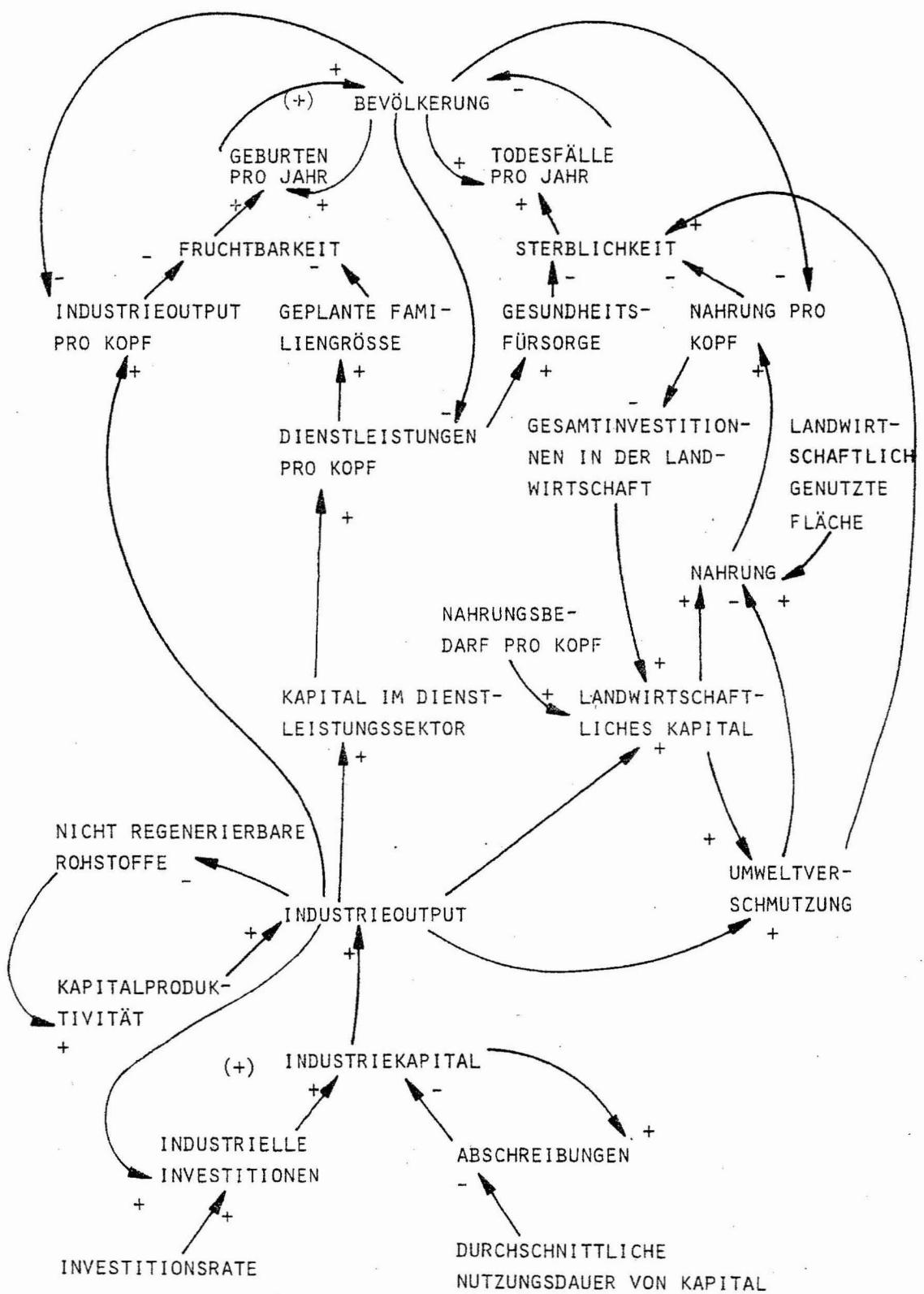


Abb. 14.4 Komparatives Kausaldiagramm des Weltmodells von MEADOWS

Komparative Kausaldiagramme sind so unbestimmt, daß ihre weitere Konkretisierung sowohl zu einem dynamischen als auch zu einem statischen Modell führen kann. Sie sind daher kein spezielles Instrument der Analyse dynamischer Modelle. Auch sind sie nicht generell anwendbar. Denn es ist denkbar, daß die Dann-Komponente einer Hypothese wachsende und fallende Verläufe aufweisen kann. Als Beispiel sei nur auf den Zusammenhang zwischen Lebensstandard und Geburtenrate verwiesen. Während die Geburtenrate mit wachsendem Lebensstandard ansteigt, wird sie nach der bisherigen Erfahrung von einem bestimmten Ausmaß an wieder abnehmen. Die strikte Anwendung eines komparativen Kausaldiagrammes setzt damit voraus, daß ein vorliegendes System keine nicht-komparativen Hypothesen enthält.

Findet man in einem Kausaldiagramm eine geschlossene Beeinflussungskette, so kann dieser Zusammenhang als ein Feedback- oder Rückkopplungskreis bezeichnet werden. Kausaldiagramme mit Feedback- oder Rückkopplungskreisen werden Feedback- oder Rückkopplungsdiagramme genannt. Ein Feedbackkreis wird als negativ bezeichnet, wenn eine an-

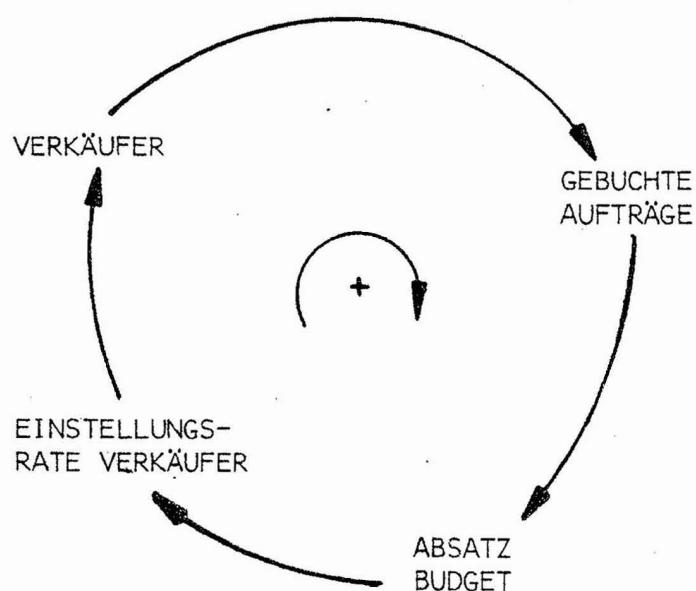


Abb. 14.5 Beispiel eines positiven Feedbackkreises aus dem Absatzbereich eines Unternehmens

genommene Erhöhung des Wertes einer Variablen in diesem Kreis verzögert zu einer tendenziellen Verminderung dieses Variablenwertes führt. Ein positiver Feedbackkreis bewirkt dagegen eine tendenzielle Erhöhung des Variablenwertes. Ein positiver Feedbackkreis wird beispielsweise durch das Diagramm 14.5 beschrieben, welches die Beziehungen im Absatzbereich eines Unternehmens beschreiben soll.²

Ein negativer Feedbackkreis kommt durch das folgende Diagramm zum Ausdruck, welches ebenfalls dem Absatzbereich eines Unternehmens entstammt.

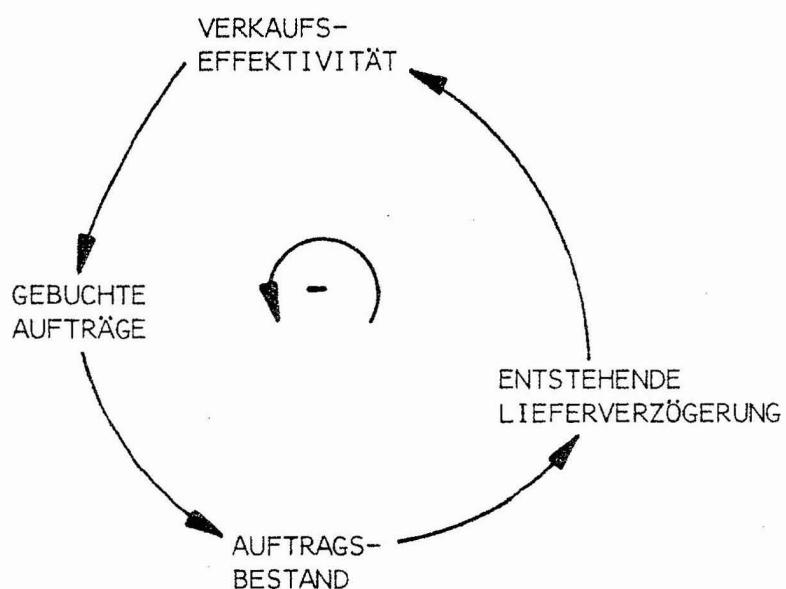


Abb. 14.6 Beispiel eines negativen Feedbackkreises aus dem Absatzbereich eines Unternehmens

In Diagrammen mit Variablen, die vielfältig miteinander verknüpft sind, tritt jedoch schon bei kleineren Modellen eine solche Fülle von Feedbackkreisen auf, daß nicht alle einzeln verfolgt und in ihrem Charakter als positive oder negative Feedbackkreise identifiziert werden können.³

Wenn Feedbackkreise miteinander vermascht sind, ist es oft nicht möglich zu entscheiden, ob es sich um positive oder negative Feedbacks

² Zu den beiden Diagrammen [55,S.2-22]

³ Vgl. zur formalen Identifizierung solcher Kreise Seite 356 u. 360f.

handelt.

Betrachten wir beispielsweise einen Feedbackkreis, der über die Variablen Y_1 und Y_2 läuft und unterstellen wir, daß die Variable Y_1 durch die Hypothese

$$Y_1 = F[Y_2, Y_3] \quad (14.1)$$

beschrieben sei. Weiter soll die partielle Ableitung $\partial Y_1 / \partial Y_2$ die Form

$$\frac{\partial Y_1}{\partial Y_2} = 10 - Y_3 \quad (14.2)$$

besitzen. Eine gedachte Erhöhung von Y_2 gestattet unter diesen Umständen keine eindeutige Je-Desto-Aussage über die Beziehung zwischen Y_2 und Y_1 . Denn im Falle $Y_3 < 10$ führt eine Erhöhung von Y_2 zu einer tendenziellen Erhöhung von Y_1 , im Falle $Y_3 > 10$ dagegen aber zu einer Verminderung. Wenn ein Modellentwickler in diesem Fall die Absicht hätte, einen über Y_2 und Y_1 laufenden Feedbackkreis als positiv oder negativ einzurichten, so wird ihm dies nicht möglich sein, falls Y_3 im Verlauf des betrachteten Prozesses Werte annehmen kann, die größer und kleiner als 10 sind.⁴ Eine Feedbackdiagrammdarstellung wird sich daher insbesondere bei größeren Modellen darauf beschränken, bestimmte, als wichtig angesehene Rückkopplungen (durch Numerierung der Schleifen) herauszuheben, und unter Umständen auch als positive und negative Rückkopplungen zu identifizieren.

1.4.2. Pfeil-, Block- und Signalflußdiagramme

In den Wirtschaftswissenschaften wird oft ein von TINBERGEN eingeführtes Pfeildiagramm zur Darstellung dynamischer Systeme, auch Tinbergensches Pfeildiagramm genannt, verwendet.

Derartige Pfeildiagramme können als eine informationelle Verfeinerung eines Kausaldiagrammes gedeutet werden, die dadurch zustande kommt, daß die zeitlichen Abhängigkeiten der Variableneinflüsse berücksichtigt werden. Abbildung 14.7 zeigt das Pfeildiagramm eines

⁴ Zu einem Beispiel siehe Seite 427f.

MA-Systems.

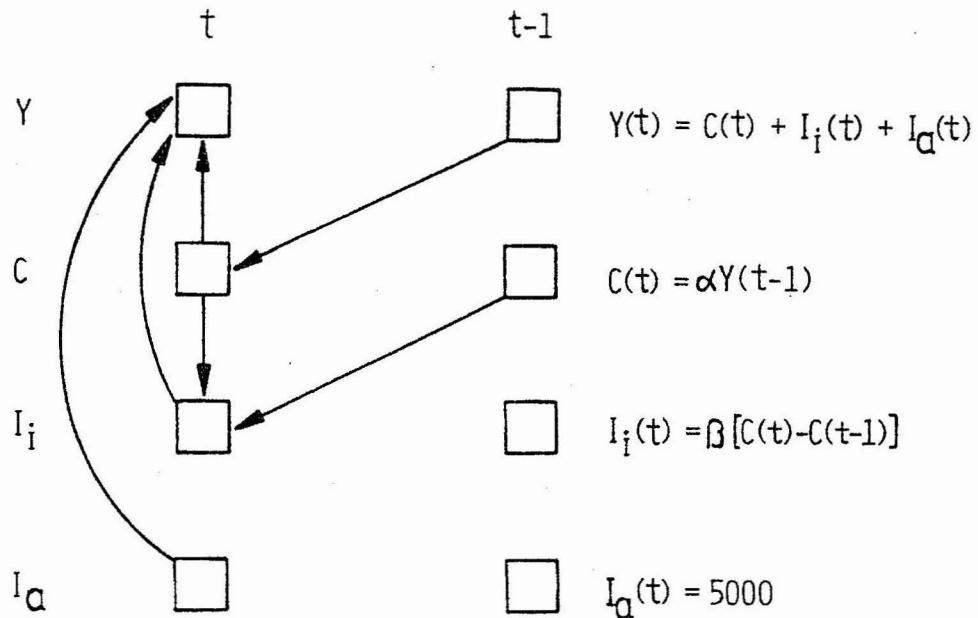


Abb. 14.7 Tinbergensches Pfeildiagramm eines MA-Systems

Ein weiteres Darstellungsmittel ist die Blockdiagrammdarstellung.

Hier gibt es verschiedene Darstellungskonventionen.

Die einfachste Blockdiagrammdarstellung besteht darin, jede Hypothesen- oder Definitionsgleichung durch einen Block zu repräsentieren. Dieser Block kann als eine Art Maschinerie verstanden werden, welche die Beziehung zwischen der Ausgangsgröße und den Eingangsgrößen bestimmt. Die Ausgangsgröße, deren Wirkungsrichtung durch einen Pfeil gekennzeichnet wird, entspricht der endogenen Variablen der vorliegenden Gleichung, während die Eingangsgrößen durch die unverzögerten exogenen Variablen repräsentiert werden.

Ein MA-System wird entsprechend dieser Festlegung durch Abbildung 14.8 wiedergegeben. Blockdiagrammdarstellungen dieser Art zählen zu den parametrisch-singulären Schaubildmodellen.

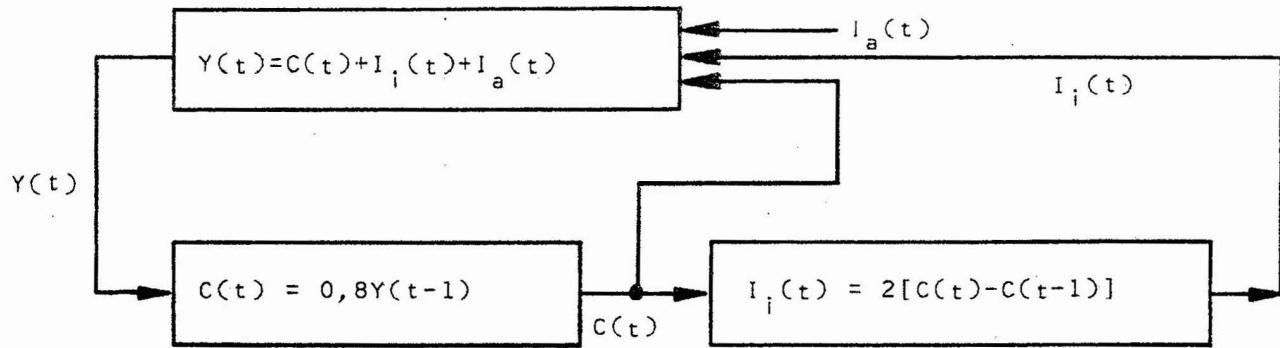


Abb. 14.8 Blockdiagrammdarstellung eines MA-Systems

Diese Darstellungsweise kann weiter differenziert werden, indem die Addition oder Subtraktion von Eingangsgrößen durch ein spezielles Symbol, einen sogenannten Additionspunkt oder Subtraktionspunkt, beschrieben wird. Eine entsprechende Veränderung des ursprünglichen Blockdiagrammes zeigt Abbildung 14.9.

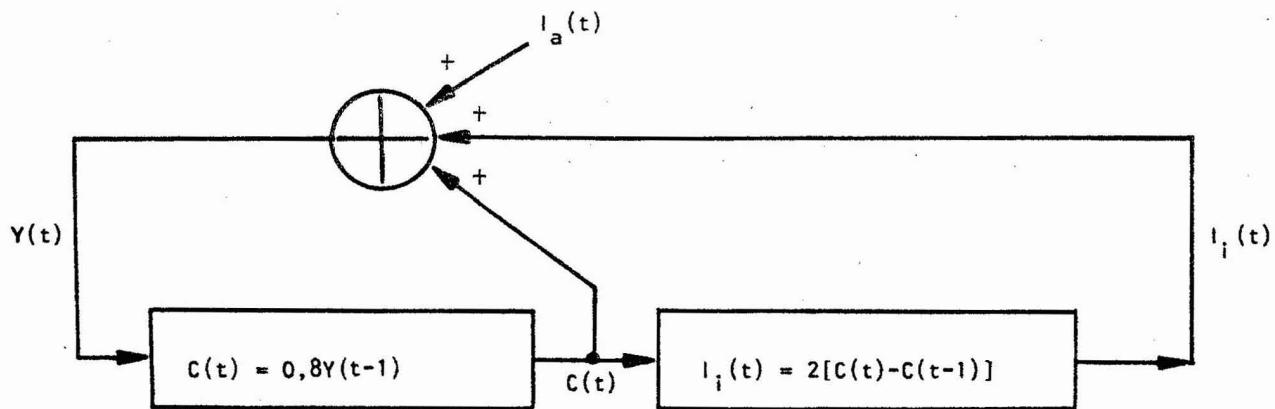


Abb. 14.9 Blockdiagrammdarstellung eines MA-Systems unter Verwendung eines Summationspunktes

Die Interaktion in den Blöcken wurde in Abbildung 14.9 durch die Eintragung der Hypothesen- und Definitionsgleichungen beschrieben. Im Rahmen der Regelungstheorie ist es üblich, die Beziehung zwischen den

Ein- und Ausgängen der Blöcke in anderer Weise darzustellen:

In die einzelnen Blöcke wird eine schematische Zeichnung der Einheitsprungantworten des betreffenden Blockes eingetragen. Eine Einheitsprungantwort beschreibt den Zeitverlauf der Ausgangsvariablen, der sich ergibt, wenn man dem Block vom Zeitpunkt 0 an eine Eingangsgröße von $E(t)=1$ ($t=0,1,2,\dots$) aufprägt.

Im Falle des betrachteten MA-Systems ergibt sich das folgende Blockdiagramm.

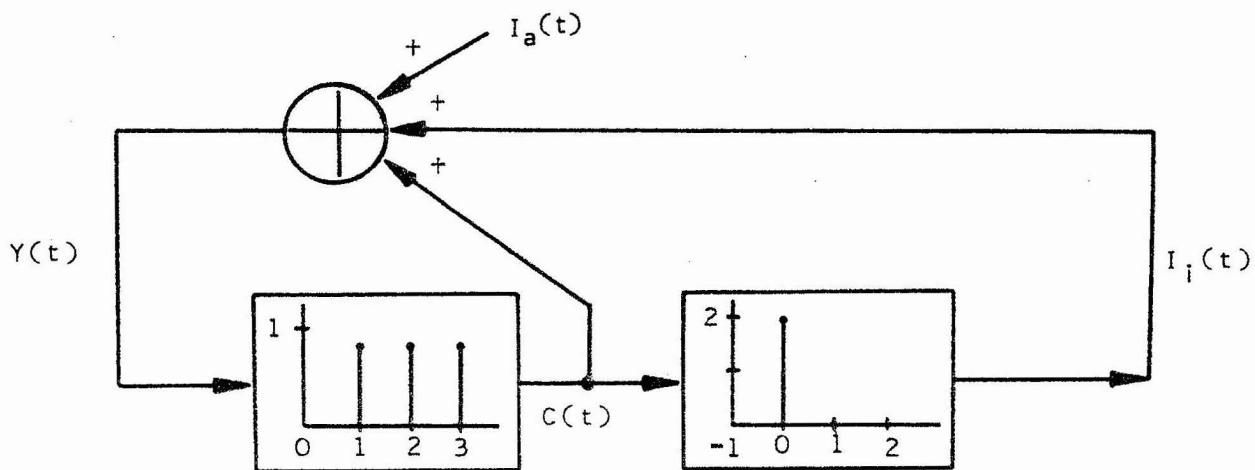


Abb. 14.10 Blockdiagrammdarstellung eines MA-Systems mit graphischer Darstellung der Einheitssprungantworten

Handelt es sich um die Analyse linearer Systeme, so wird in die Blöcke zumeist ein Ausdruck eingetragen, der als die Operatorenform der Übergangsfunktion bezeichnet wird. Wir wollen auf diesen Ausdruck hier nicht weiter eingehen. Es genügt uns zu wissen, daß mit der Operatorenform der Übergangsfunktion $G(K)$ eines Blockes die Beziehung zwischen dem Eingang $E(t)$ und dem Ausgang $Y(t)$ durch

$$Y(t) = G(K)E(t)$$

vollständig beschrieben wird.

Für das vorliegende MA-System ergibt sich in diesem Falle das folgende Blockdiagramm:

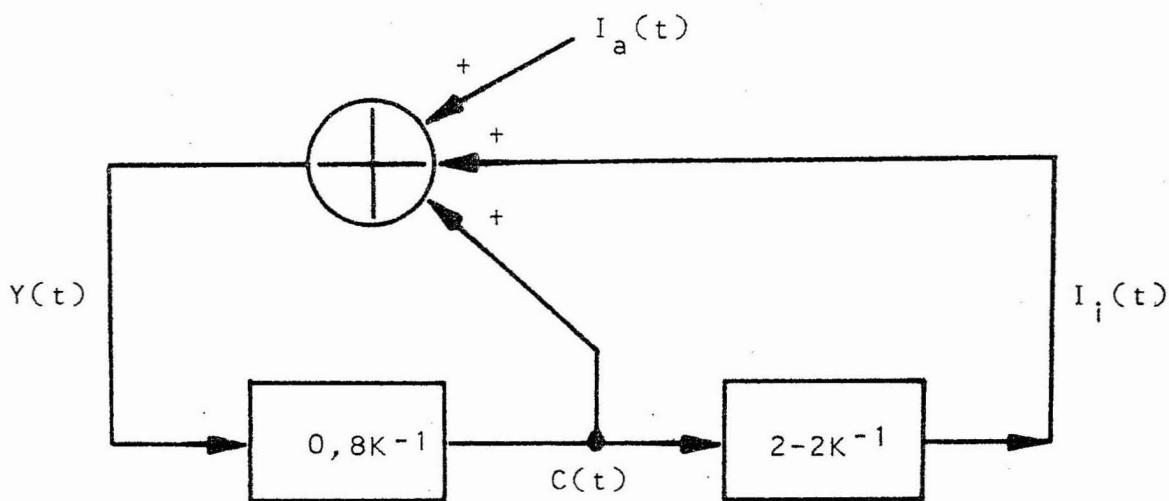


Abb. 14.11 Blockdiagrammdarstellung eines MA-Systems unter Verwendung von Übergangsfunktionen in Operatorenform

Selbst wenn man sich mit der nur angedeuteten Aufgabe der Operatordarstellung der Übergangsfunktion zufrieden gibt, liegt dennoch die Frage nahe, welche zusätzliche Information eine derartige Diagrammdarstellung im Gegensatz zu den Abbildungen 14.8 oder 14.9 bieten soll.

Diese berechtigte Frage führt uns zu einem weiteren Ziel der Entwicklung von Diagrammodellen. Manche Darstellungen dienen wie im vorliegenden Fall nicht mehr primär der Vergegenwärtigung der Systemzusammenhänge, sondern vor allem der sich daran anschließenden Implikationenaufdeckung. Werden in Blockdiagrammen Übergangsfunktionen in Operatorenform verwendet, so liegt der Zweck dieser Darstellung ausschließlich darin, durch sukzessive Veränderung der Diagramme die Endgleichung einer bestimmten Systemvariablen zu ermitteln.

Dieses Ziel versucht man im Falle linearer Systeme auch mit sogenannten Signalflußdiagrammen zu erreichen. Diese sind noch einfacher aufgebaut als Blockdiagramme und eignen sich daher zur Darstellung größerer Systeme. Sie bestehen aus nur zwei Elementen: den Verbindungen und den Verknüpfungspunkten.

Die Verknüpfungspunkte symbolisieren die endogenen Systemvariablen. Zwischen diesen Variablen bestehen in einem dynamischen System bekanntlich verzögerte und unverzögerte Beziehungen, welche in einem Signalflußdiagramm angezeigt werden. Über den Pfeilen wird in einem Signalflußdiagramm die entsprechende Operatorenübergangsfunktion eingetragen. Die Verknüpfungspunkte entsprechen zugleich auch den Additionspunkten in einem Blockdiagramm.

Abbildung 14.12 zeigt noch einmal das Blockdiagramm eines MA-Modells und sein entsprechendes Signalflußdiagramm.

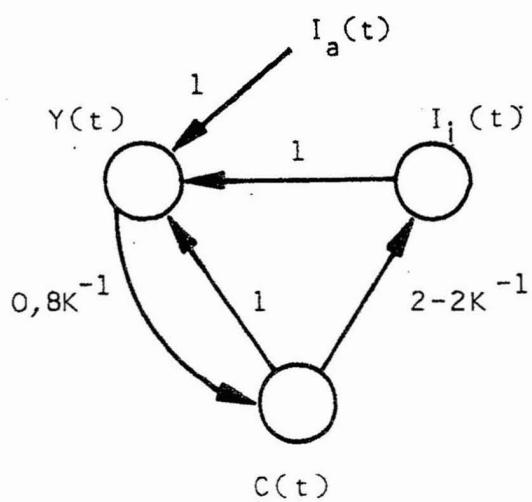
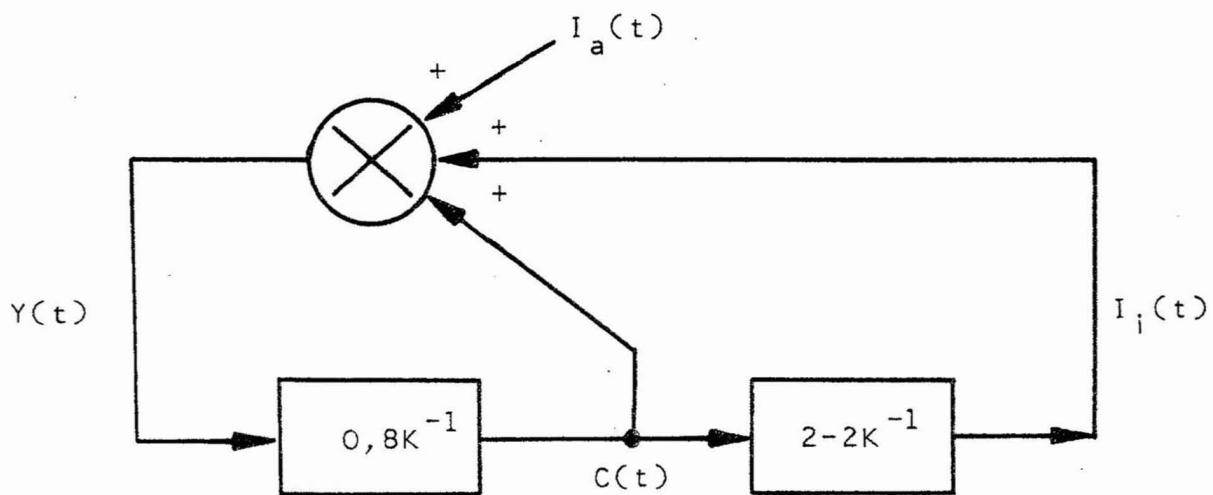


Abb. 14.12 Block- und Signalflußdiagramm eines MA-Modells

Man erkennt, daß die Blöcke in der Blockdiagrammdarstellung durch Strecken ersetzt werden. Ein Vergleich mit der Kausaldiagrammdarstellung in Abbildung 14.2 zeigt die formale Ähnlichkeit der beiden Darstellungen, jedoch mit dem Unterschied, daß das Signalflußdiagramm durch die zusätzliche Angabe der Übergangsfunktionen eine vollständige Repräsentation des parametrisch-singulären MA-Modells bildet.

Auf die weitere Anwendung von Block- und Signalflußdiagrammen zur Analyse dynamischer Systeme wird erst an späterer Stelle eingegangen. Uns genügt an dieser Stelle ein vorläufiger Überblick.

1.4.3. System-Dynamics-Diagramme

Als letztes soll eine weitere Darstellungsform dynamischer Systeme vorgestellt werden, die man jedoch nicht einfach als die schaubildliche Darstellung eines Differenzengleichungsmodells deuten kann. Es handelt sich um eine Diagrammdarstellung dynamischer Systeme, die auf der Modellierungskonzeption 'System Dynamics' beruht.⁵

Es soll nur ein erster Überblick gegeben werden:

Jedes System läßt sich nach dieser Konzeption durch eine Menge von miteinander in Beziehung stehenden Bestandsgrößen, den sogenannten Leveln, beschreiben. Solche Bestandsgrößen sind beispielsweise die Bevölkerungsanzahl, der Bestand an Investitionen oder die Anzahl der von einer bestimmten Krankheit befallenen Personen. Die Bestandshöhen dieser Level werden (wie bei einem Wasserbehälter) durch die Zu- und Abflüsse beeinflußt, welche als Raten bezeichnet werden. Die graphische Darstellung eines Levels mit einer Zu- und einer Abflußrate zeigt Abbildung 14.13.

Level werden durch Rechtecke und Raten durch Ventilsymbole dargestellt, während die in den Level hinein- und aus dem Level herausströmenden Flüsse durch Pfeile gekennzeichnet werden. Die Zufluß- und Abflußraten der Level werden verzögert von anderen Leveln beeinflußt. Diese

⁵ Zur ausführlichen Erörterung dieser Konzeption siehe Seite 399ff.

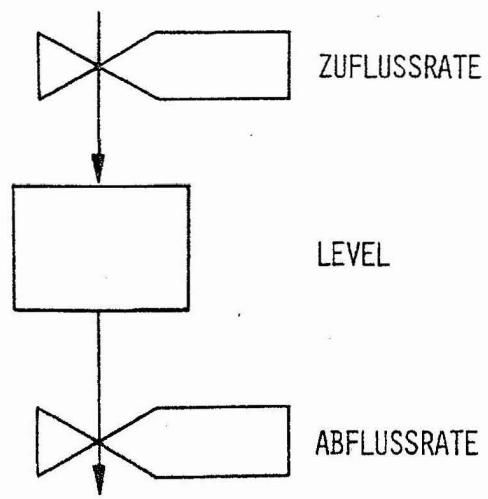


Abb. 14.13 Schaubildliche Darstellung einer Level-Raten-Beziehung im Rahmen des System-Dynamics-Konzeptes

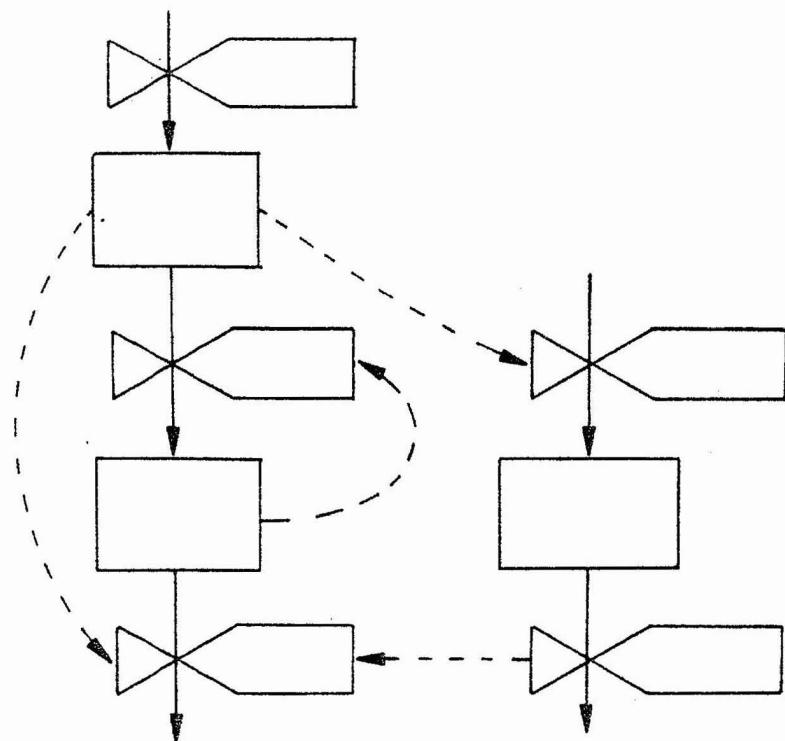


Abb. 14.14 Beispielhafte Darstellung eines Diagramms im Rahmen des System-Dynamics-Konzeptes

Beeinflussung und ihre Richtungen werden durch unterbrochene Pfeile beschrieben. Ein System-Dynamics-Diagramm wird damit, wie in Abbildung 14.14 beispielhaft angeführt, durch ein Geflecht einander gegenseitig beeinflussender Level und Raten gekennzeichnet.

Mit Hilfe der in dieser Diagrammdarstellung zum Ausdruck kommenden Level-Raten-Interpretation können komplexe Zusammenhänge durch relativ einfache Teilbeziehungen sukzessiv aufgebaut werden. Es sind System-Dynamics-Diagramme bekannt, welche Hunderte von Symbolen enthalten. (Vgl. z.B. [134])

Die Entwicklung von System-Dynamics-Diagrammen vollzieht sich oft auf der Grundlage von Feedbackdiagrammen, d.h. in einem ersten Schritt wird ein Feedbackdiagramm entwickelt, aus welchem durch Hinzunahme weiterer Strukturinformationen ein System-Dynamics-Diagramm gewonnen wird. Auch ein System-Dynamics-Diagramm enthält aber noch nicht den Informationsgehalt, den das letztlich zu entwickelnde parametrisch-singuläre dynamische Modell besitzt. Die Darstellungskonventionen von System-Dynamics-Diagrammen werden später eingehend erörtert.

1.5. Implikationen dynamischer MZÄ-Modelle

Das Arbeiten mit dynamischen Modellen erschöpft sich nicht in der Entwicklung eines Modellansatzes. Wie erwähnt, sollen vielmehr anhand der entwickelten Modelle bestimmte Informationen über das beschriebene System gewonnen werden, die zwar im Modellansatz implizit enthalten, aber nicht direkt erkennbar sind. Diese Strukturmerkmale von Modellen wurden bereits als Implikationen bezeichnet. Implikationen eines dynamischen Modells sind somit bestimmte Strukturmerkmale, die sich logisch zwingend aus dem Modellansatz ergeben, deren Vorhandensein oder deren konkrete Struktur aus diesem Modellansatz aber nicht unmittelbar zu ersehen ist. Es ist vielmehr notwendig, die Implikationen eines Modells mit Hilfe bestimmter Erschließungsverfahren of-

fenzulegen. Die Aufdeckung von Implikationen kann verschiedenen Zielen dienen:

- (1) Der Gewinnung von Einsichten über Struktur und Entwicklung des Systems. Eine Fragestellung im Rahmen dieser Zielsetzung könnte für ein konkretes Modell zum Beispiel lauten: Welchen Wert wird die endogene Variable Y im Jahre 1990 annehmen?
- (2) Der empirischen Überprüfung des Modellansatzes. Hier bieten sich Fragen an wie: Kann das Modell als empirisch akzeptabel angesehen werden, wenn die nur als positiv definierte Variable Y im Jahre 1990 negativ wird?
- (3) Der zielgerichteten Beeinflussung des Systems. Eine solche Zielsetzung umfaßt zum Beispiel die Frage: Welche Ausprägung müssen die von einem Entscheider beeinflußbaren exogenen Variablen erfahren, damit die (unerwünschte) Fluktuation der endogenen Variablen Y gedämpft wird?

Im ersten Fall soll vom Ziel der Einsichtenerweiterung, im zweiten Fall vom Ziel der Gültigkeitsprüfung und im dritten Fall vom Ziel der zielgerichteten Systembeeinflussung gesprochen werden.

Die Verfolgung der ersten beiden Ziele fällt in den Bereich der Analyse dynamischer Systeme. Sie ist eine der Modellentwicklung folgende Phase, in welcher durch Aufdeckung von Implikationen sowohl die empirische Gültigkeit des Modellansatzes überprüft wird als auch neue Einsichten über das beschriebene System gewonnen werden sollen.

Auf diese Weise neu gewonnene Einsichten über den Gültigkeitsanspruch können dazu führen, daß der ursprüngliche Modellansatz modifiziert wird, mit der Folge, daß die Phasen der Modellentwicklung und -analyse einander ablösen.

Mit dieser Bemerkung läßt sich nunmehr auch die Zielrichtung dieses Buches etwas stärker herausarbeiten: Es beschäftigt sich primär nicht mit der zielgerichteten Beeinflussung dynamischer Systeme. Vielmehr steht das Ziel der Einsichtenerweiterung im Vordergrund. Die Erfüllung der Forderung nach Einsichtenerweiterung dient zugleich dem Ziel

der Gültigkeitsprüfung.

Im folgenden wird in verschiedenen Zusammenhängen dargestellt, in welcher Weise die durch eine Modellerschließung gewonnenen Einsichten zur Gültigkeitsprüfung verwendet werden können. In diesem Abschnitt wollen wir uns ein Bild über die gemeinhin als relevant anzusehenden Implikationen machen, den Implikationen also, die zur Aufdeckung neuer Einsichten über ein vorliegendes System führen.

Diese nur als erste Orientierung anzusehende, von technischen Details weitgehend befreite Darstellung wird bei der Behandlung der einzelnen Modelltypen vertieft und um weitere typenspezifische Be trachtungen erweitert.

Bevor wir auf die inhaltliche Interpretation verschiedener Implikationen eingehen, soll die Unterscheidung zwischen generellen und singulären Implikationen eingeführt werden.

Generelle Implikationen repräsentieren eine Behauptung, die einen potentiell unendlichen Bereich von Individuen betrifft.

Betrachten wir die Endgleichung eines parametrisch-generellen MA-Modells für Y beim Fehlen autonomer Investitionen, d.h.

$$Y(t) = (\alpha + \alpha\beta)Y(t-1) - \alpha\beta Y(t-2)$$

Eine generelle Implikation ist die formelmäßige Beschreibung des Zeitverlaufs von Y für $t=0,1,2,\dots$ in Abhängigkeit von den (generellen) Parametern α und β sowie den Anfangswerten $Y(0)$ und $Y(1)$. Diese Zeitpfadformel für Y wird durch

$$Y(t) = \frac{\lambda_2 Y(0) - Y(1)}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_1^t + \frac{Y(1) - \lambda_1 Y(0)}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_2^t \quad t=0,1,2,\dots$$

mit

$$\lambda_{1,2} = \frac{\alpha + \alpha\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta + \alpha^2\beta^2}{4} - \alpha\beta}$$

beschrieben.¹ Es handelt sich um eine generelle Implikation, weil sie den Zeitpfad von Y für alle prinzipiell unendlichen Konkretisierungsmöglichkeiten der Parameter α und β beschreibt.² Singuläre Implikatio-

¹ Zur Ermittlung siehe Seite 179ff.

² Mit Ausnahme des Falles $\alpha\beta = (\alpha^2 + 2\alpha^2\beta + \alpha^2\beta^2)/4$

nen dagegen liefern nur Aussagen, welche aus einem numerisch voll konkretisierten Modell folgen. Sie sind daher numerische Werte wie die Werte einer Zahlenfolge, welche den Zeitverlauf einer endogenen Variablen beschreibt. Die oben beschriebene generelle Implikation geht damit in eine singuläre über, wenn man für $\alpha, \beta, Y(0)$ und $Y(1)$ numerische Werte in die Gleichungen einsetzt.

1.5.1. Zeitverlauf der endogenen Variablen

A. Deterministische Modelle

Sind in dynamisch deterministischen Differenzengleichungsmodellen die Anfangswerte und der Verlauf der exogenen Variablen bekannt, so ist der numerische Verlauf der endogenen Variablen als eine Implikation des Modells anzusehen.

Sind die exogenen Variablen in ihren Verläufen als geschlossene endliche Formulausdrücke vorgegeben, so können in bestimmten Fällen auch die Zeitverläufe der endogenen Variablen als Formulausdrücke ermittelt werden.³ Man spricht in diesem Fall von der Funktionslösung des Differenzengleichungsmodells. Angenommen, ein MA-Modell weist mit $\alpha = 0,9$ und $\beta = 0,4$ folgende Form auf:

$$\begin{aligned} C(t) &= 0,9Y(t-1) \\ I_i(t) &= 0,4[C(t)-C(t-1)] \\ Y(t) &= C(t) + I_i(t) + I_a(t) \end{aligned}$$

Wenn weiterhin die Anfangswerte $Y(0)=10\,000$, $Y(1)=11\,000$ sowie $I_a(t)=2\,500$ vorgegeben sind, dann lässt sich (wie später dargelegt wird) der zeitliche Verlauf von Y durch die Funktionslösung

$$Y(t) = 4343,18*(0,438)^t - 19\,343,18*(0,822)^t + 25\,000 \quad t=0,1,2\dots$$

beschreiben.

Wenn ein Differenzengleichungsmodell auf seine reduzierte Form oder auf seine Endgleichungen umgeformt wird, dann ist es möglich, den Zeitverlauf der endogenen Variablen durch sukzessive Berechnung aus

³ Vgl. Seite 179f.

den vorherbestimmten Variablen zu ermitteln. Eine derartige Bestimmung des Zeitverlaufs der endogenen Variablen soll als periodische Regressionslösung bezeichnet werden, da der Wert der endogenen Variablen jeder Periode durch einen sukzessiven Rückgriff auf die vorher bestimmten Variablen ermittelt wird.

Die allgemeine Form der reduzierten Gleichung eines MA-Modells wurde auf Seite 36 für Y bestimmt und besitzt die Form:

$$Y(t) = \alpha Y(t-1) + \beta[\alpha Y(t-1) - C(t-1)] + I_a(t)$$

Unter Einsetzung der angegebenen numerischen Werte für α und β ergibt sich die reduzierte Gleichung des vorliegenden Modells durch:

$$Y(t) = 1,26Y(t-1) - 0,4C(t-1) + I_a(t)$$

Zusammen mit der Konsumfunktion

$$C(t) = 0,9Y(t-1)$$

kann der Zeitverlauf von Y und C durch sukzessive Berechnung ermittelt werden. Wie man aus Tabelle 15.1 erkennt, führt die (ohne Herleitung angeführte Funktionslösung von Y) zu demselben Zeitverlauf. Das Beispiel zeigt ebenfalls, daß die Bestimmung des Zeitpfades der endogenen Variablen die Angabe bestimmter Anfangswerte (in unserem Fall $Y(0)$ und $Y(1)$) voraussetzt.

Funktionslösung von $Y(t)$				Y(t)	Regressionslösung von $Y(t)$				von $C(t)$	
t	25000	$-19343,18 \cdot (0,822)^t$	$4343,18 \cdot (0,438)^t$		1,26 ·	$-0,4 \cdot$	2500	0,9 ·	$\cdot Y(t-1)$	$\cdot C(t-1)$
		$\cdot Y(t-1)$	$\cdot C(t-1)$		$\cdot Y(t-1)$	$\cdot C(t-1)$	2500	$\cdot Y(t-1)$		
0	25000	-19343	4343	10000	-	-	-	-		
1	25000	-15902	1902	11000	-	-	-	-	9000	
2	25000	-13073	833	12760	13860	-3600	2500	9900		
3	25000	-10747	365	14618	16078	-3960	2500	11484		
4	25000	-8835	160	16325	18418	-4593	2500	13156		
5	25000	-7264	71	17807	20569	-5262	2500	14692		

Tab. 15.1 Periodische Regressions- und Funktionslösung der endogenen Variablen Y im Falle eines MA-Modells auf Grundlage der reduzierten Gleichung von Y

Ist es im Gegensatz zu dem angeführten Beispiel nicht möglich, aus einem dynamischen MZÄ-Modell die Endgleichungen oder nur die reduzier-

ten Gleichungen abzuleiten, so wird das vorliegende Modell durch ein analytisch nicht lösbares simultanes Gleichungssystem beschrieben. Um dennoch für jede Periode die numerischen Werte der unverzögert endogenen Variablen zu ermitteln, muß man versuchen, das vorliegende Gleichungssystem durch numerische Näherungsmethoden zu lösen.⁴ Eine derartige Bestimmung des Zeitverlaufs der endogenen Variablen soll als periodische Simultanlösung bezeichnet werden, da für jede Periode ein simultanes Gleichungssystem zu lösen ist.

Betrachten wir beispielsweise das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} Y_1(t) &= Y_1(t)Y_2(t) + 0,5Y_1(t-1) \\ Y_2(t) &= [Y_1(t)]^2Y_2(t) + 2Y_1(t-1) + Y_3(t) \\ Y_3(t) &= 0,5[Y_3(t)]^3Y_1(t) + Y_2(t)Y_3(t) - Y_1(t-1) \end{aligned}$$

so ist es nicht möglich, für Y_1 , Y_2 und Y_3 die reduzierte Form zu ermitteln, d.h. Y_1 , Y_2 und Y_3 als Funktion der vorherbestimmten Variablen auszudrücken. Die Ermittlung von Y_1 , Y_2 und Y_3 in jeder Periode t ist daher nur in Form einer periodischen Simultanlösung möglich.

B. Stochastische Modelle

Stochastische Modelle wurden bisher nur kurz charakterisiert. Deutlich wurde jedoch, daß die endogenen Variablen aufgrund der 'Verseuchung' durch stochastische exogene Variablen nur in Form ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilungen beschrieben werden können. Als Implikationen eines stochastischen Modells kann daher nicht der numerische Werteverlauf einer endogenen Variablen, sondern allein der zeitliche Verlauf ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden.

Greifen wir zur Verdeutlichung wieder auf unser MA-Modell zurück. Ergänzend wird angenommen, daß die Investitionsfunktion zusätzlich durch eine stochastische Variable ϵ beeinflußt wird, d.h.

$$I_i(t) = \beta[C(t)-C(t-1)] + \epsilon(t)$$

wobei über ϵ nicht mehr bekannt ist, als daß es die Stichprobe aus einer Normalverteilung mit dem Mittelwert Null und der Standardabweichung σ sein soll.

⁴ Zur Besprechung dieser Verfahren siehe Seite 343f.

Das Modell

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(t) + I_i(t) + I_a(t) \\ C(t) &= \alpha Y(t-1) \\ I_i(t) &= \beta [C(t) - C(t-1)] + \varepsilon(t) \end{aligned}$$

wird durch ε 'stochastisch verseucht', denn Y , C und I_i sind nur noch stochastisch beschreibbar.

Der Zeitverlauf des Erwartungswertes und der Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der endogenen Variablen kann wie später dargelegt wird, durch Formelausdrücke beschrieben werden.⁵

Wählen wir beispielsweise $\alpha=0,9$, $\beta=0,4$, $Y(-2)=10\ 000$, $Y(-1)=11\ 000$ und $I_a=2\ 000$, und gehen wir weiter von der Annahme aus, daß ε einer Normalverteilung mit der Standardabweichung $\sigma=1\ 000$ und dem Erwartungswert Null angehören soll, dann kann der Zeitverlauf des Erwartungswertes $Y_e(t)$ durch⁶

$$Y_e(t) = 391(0,438)^t - 8131(0,822)^t + 20\ 000 \quad \text{für } t=0,1,2,\dots \quad (15.1)$$

beschrieben werden.

Der zeitliche Verlauf der Varianz von $Y(t)$, d.h. $Y_v(t)$, ergibt sich mit:

$$Y_v(t) = 10^6 [(1-0,822^{2(t+1)})14,12 + (1-0,438^{2(t+1)})1,61 - (1-(0,36)^{t+1})7,62] \quad (15.2)$$

Es ist nur in wenigen Fällen möglich, den Zeitverlauf der Parameterwerte zu bestimmen, die die Wahrscheinlichkeitsverteilung der endogenen Variablen stochastischer Modelle beschreiben, da geeignete mathematische Verfahren bisher nicht zur Verfügung stehen.

1.5.2. Stabilitätsverhalten

Das Wort 'Stabilität' ist nicht so evident, wie es dem intuitiven Vorverständnis erscheinen mag. Es gibt vielmehr eine ganze Reihe von unterschiedlichen Stabilitätsdefinitionen. Der gemeinsame Kern dieser Definitionen beruht jedoch auf folgendem Konzept: [122, S.13]

Man bezeichnet den Verlauf einer bestimmten endogenen Systemvariablen

⁵ Siehe Seite 386f.

⁶ Zur Berechnung siehe Seite 380

als Gleichgewichtspfad oder ungestörten Zustand. Auf diesen ungestörten Zustand wird eine Störung ausgeübt, was zu einem Variablenverlauf führt, der sich von dem Gleichgewichtspfad unterscheidet. Die Zeitpfade des Systems ohne und mit Störung werden sodann miteinander verglichen.

Dazu wird ein Maß eingeführt, das die Abweichungen zwischen dem gestörten und dem ungestörten Verlauf der endogenen Variablen beschreibt.

Wird eine bestimmte Norm dieses Maßes überschritten, so gilt das System als instabil; im anderen Fall sieht man es als stabil an.

Für ökonomische dynamische Analysen unterscheidet man im allgemeinen nur zwischen der asymptotischen Stabilität und der nicht asymptotischen Stabilität oder Ljapunov Stabilität. Für ökonomische Untersuchungen ist der Begriff der asymptotischen Stabilität am wichtigsten. Asymptotische Stabilität liegt vor, wenn nach Einwirkung einer Störung der Verlauf der endogenen Variablen mit fortschreitender Zeit gegen den Gleichgewichtspfad konvergiert.

Zum Vorliegen einer Ljapunov Stabilität dagegen ist es nur erforderlich, daß sich der Verlauf der endogenen Variablen nach der Störung dem Gleichgewichtsverlauf 'annähert'. Dabei ist ein Kriterium zu definieren, nach welchem zu entscheiden ist, ob das betrachtete System als stabil oder instabil zu bezeichnen ist.

Die Stabilität eines Systems kann unter Umständen von der Größe der durch eine exogene Variable erfolgten Störung abhängen. Dies soll durch ein mechanisches Beispiel verdeutlicht werden.

Die Bahn, auf der sich in Abbildung 15.1 der Ball bewegt, soll durch

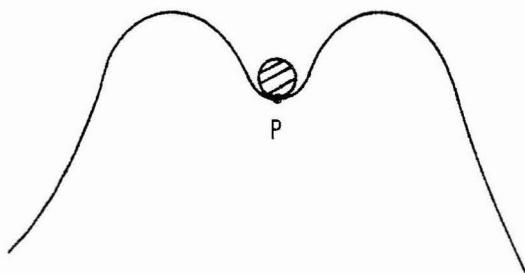


Abb. 15.1 System mit Instabilität im großen und Stabilität im kleinen

eine bestimmte Längeneinteilung gekennzeichnet werden, womit das Längenmaß, das die Lage des Balles kennzeichnet, dem Wert der endogenen Variablen eines dynamischen Systems als analog angesehen werden kann. Die Lage des Balles in der Abbildung kann als im kleinen stabil bezeichnet werden, weil bei kleinen Störungen in Form von Stößen der Ball stets wieder im Punkt P zur Ruhe kommt. Demgegenüber ist das System im großen instabil, da stärkere Störungen den Ball über die Mülde hinaustreiben und die Ruhelage im Punkt P nicht mehr herbeigeführt werden kann.

Wenn ein System unabhängig von der Größe der Störung stabil ist, d.h. stabil im kleinen und stabil im großen, so spricht man von globaler Stabilität. Erweist sich ein System zumindest im Hinblick auf eine exogene Störung als stabil, so spricht man von dem Vorhandensein lokal Stabilität. Erweist sich ein System als lokal stabil, so bleibt offen, ob das System auch global stabil ist. Die Erfahrung spricht dafür, daß physikalische, biologische und insbesondere auch soziale Systeme keine globale Stabilität besitzen. Sie werden vielmehr generell im großen instabil sein. So ist der menschliche Körper normalerweise in der Lage, die Bluttemperatur im Rahmen bestimmter Temperaturschwankungen der Umgebung zu stabilisieren. Werden die Schwankungen jedoch zu groß, so bricht das System zusammen. In gleicher Weise wird ein Betrieb nur in der Lage sein, die Einhaltung des finanziellen Gleichgewichts zu gewährleisten, wenn nicht zu starke exogene Störungen, wie extrem hohe außerordentliche Ausgaben, Forderungsverluste etc., auf ihn einwirken.

Mathematische Analysen zeigen, daß lineare Differenzengleichungsmodelle mit konstanten Koeffizienten bei Vorliegen von Stabilität stets eine globale asymptotische Stabilität besitzen.⁷

Geht man von der plausiblen Hypothese aus, daß soziale Systeme bei sehr großen Störungen letztlich instabil werden, so können lineare Differenzengleichungsmodelle offensichtlich nur begrenzt zur adäquaten Beschreibung sozialer dynamischer Systeme verwendet werden. Dieses Ergebnis ist insofern von Bedeutung, als gerade dieser Modelltyp am häufigsten in der dynamischen ökonomischen Analyse vorkommt.

⁷ Vgl. Seite 208

An dieser Stelle ist eine Anmerkung zum Begriff der Störung angebracht. Viele Personen sehen den Begriff der Störung im Zusammenhang mit technischen Regelkreisen. Eine Störung kommt nach ihrer Auffassung durch eine unbeeinflußbare exogene Variable zum Ausdruck, die zu einer Soll-Ist-Abweichung führt und deren unerwünschter Einfluß möglichst schnell beseitigt werden soll. Diese Deutung des Begriffs einer Störung als einer negativen Einflußgröße ist für den von uns zugrunde gelegten Störungsbegriff zu restriktiv. Denn der regelungstechnische Störungsbegriff unterstellt von vornherein die Existenz eines erstrebenswerten Ziels, nämlich eines Sollwertverlaufs, der in unserer Sprache dem Gleichgewichtspfad entspricht. Vor einer solchen pauschalen Gleichsetzung sollte man sich aber hüten, weil erstens verdeckte Zielvorstellungen schon implizit in die Analyse miteinfließen können und zweitens Systeme denkbar sind, bei denen eine zielorientierte Beeinflussung nicht auf die Einhaltung eines vorgegebenen Sollwertes ausgerichtet ist.

Hinsichtlich der Gleichgewichtspfade lassen sich Modelle mit Evolutions- und Niveaustabilität unterscheiden. Ein Modell mit Niveaustabilität zeichnet sich dadurch aus, daß der Gleichgewichtspfad der endogenen Variablen zeitkonstant verläuft, d.h. in einem Zeitdiagramm eine waagerechte Linie beschreibt. Dieser Fall entspricht der intuitiven Auffassung des Begriffes der Stabilität: Nach Einwirkung einer Störung wird letztlich wieder ein Zustand erreicht, in dem die Werte der endogenen Variablen im Zeitverlauf unveränderlich bleiben.

Verdeutlichen wir uns den Charakter einer Niveaustabilität anhand eines MA-Modells. Als Ausgangspunkt wählen wir die Variante mit $\alpha=0,8$, $\beta=1$ und $I_a(t)=2\ 000$, d.h.

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + 2\ 000$$

$$C(t) = 0,8Y(t-1)$$

$$I_i(t) = 1[C(t)-C(t-1)]$$

sowie den Anfangswerten $Y(0)=Y(1)=10\ 000$. Mit diesen Anfangswerten befindet sich das System in einem Niveaugleichgewicht, welches in der 5ten Periode durch eine 'Störung' in Form einer einmalig erhöhten au-

tonomen Investition $I_a(5)=1000$ aus dem Gleichgewicht gebracht wird. Abb. 15.2 zeigt, daß die endogene Systemvariable Y nach dem Einwirken der Störung wiederum dem Niveaugleichgewichtspfad zustrebt, d.h. es handelt sich um ein System mit Niveaustabilität.

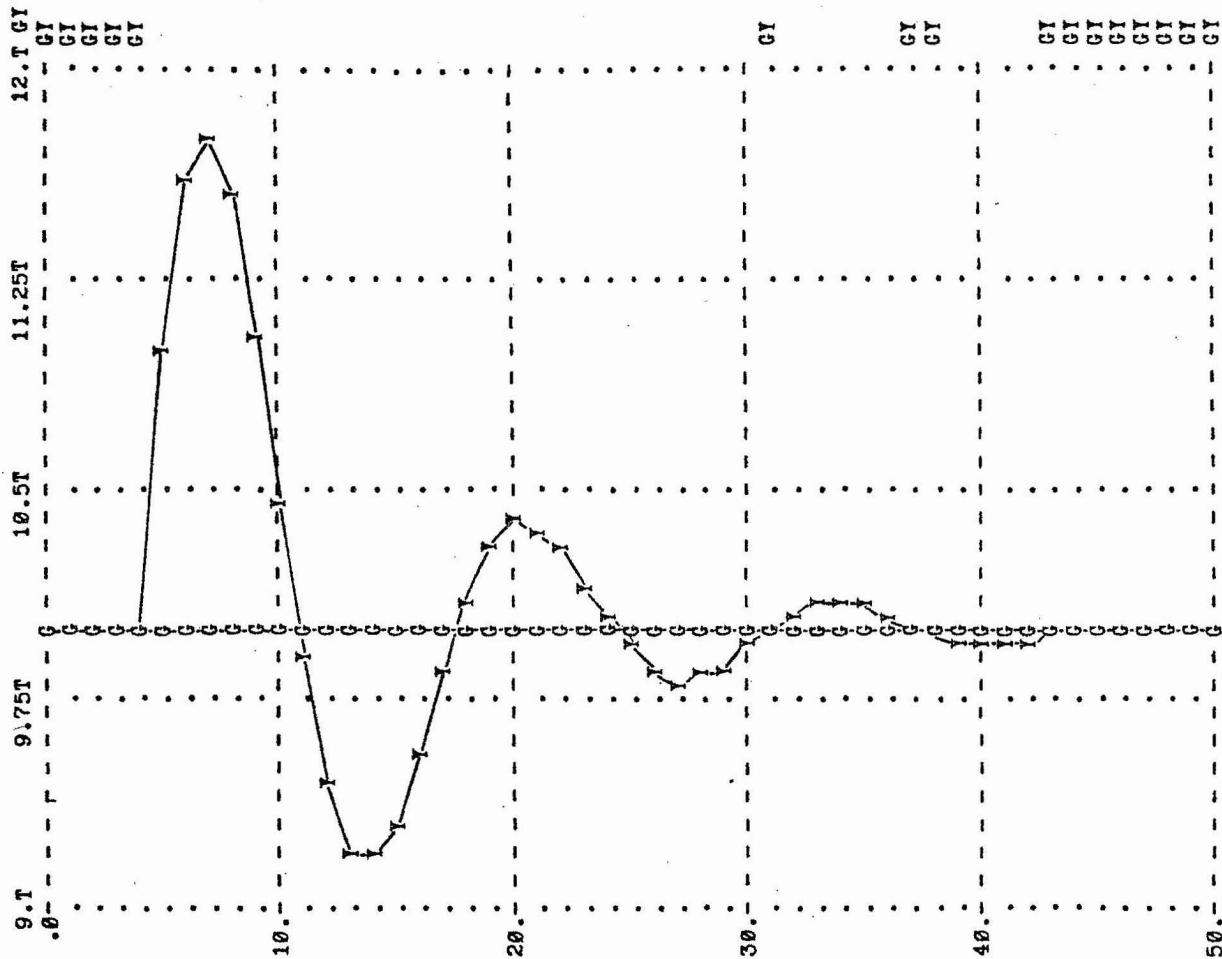


Abb. 15.2 Beispiel der Störung eines stabilen im Gleichgewicht befindlichen dynamischen Modells [Einheit T: Tausend]

Bei Evolutionsstabilität dagegen zeigt der Gleichgewichtspfad keinen konstanten Verlauf, sondern eine wachsende oder fallende Tendenz. Hier ist eine Fülle von Verlaufsformen denkbar wie monoton oder zyklisch wachsend, monotones Wachstum mit Zwischenniveaus etc.. Wieder sei zur Illustration auf ein MA-Modell verwiesen. Als Grundlage dient

eine Modellversion mit den Parametern $\alpha=0,9$, $\beta=1$ und $I_a(t)=1000 \cdot t$, womit sich die Version ergibt:

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

$$C(t) = 0,9Y(t-1)$$

$$I_i(t) = 1[C(t) - C(t-1)]$$

$$I_a(t) = 1000 \cdot t$$

Wählt man die Anfangswerte $Y(0)=Y(1)=10\ 000$, so kann der in Abbildung 15.3 mit G beschriebene Zeitverlauf als Gleichgewichtspfad angesehen werden. Der Zeitverlauf von Y beschreibt eine in Periode 5 einwirken-

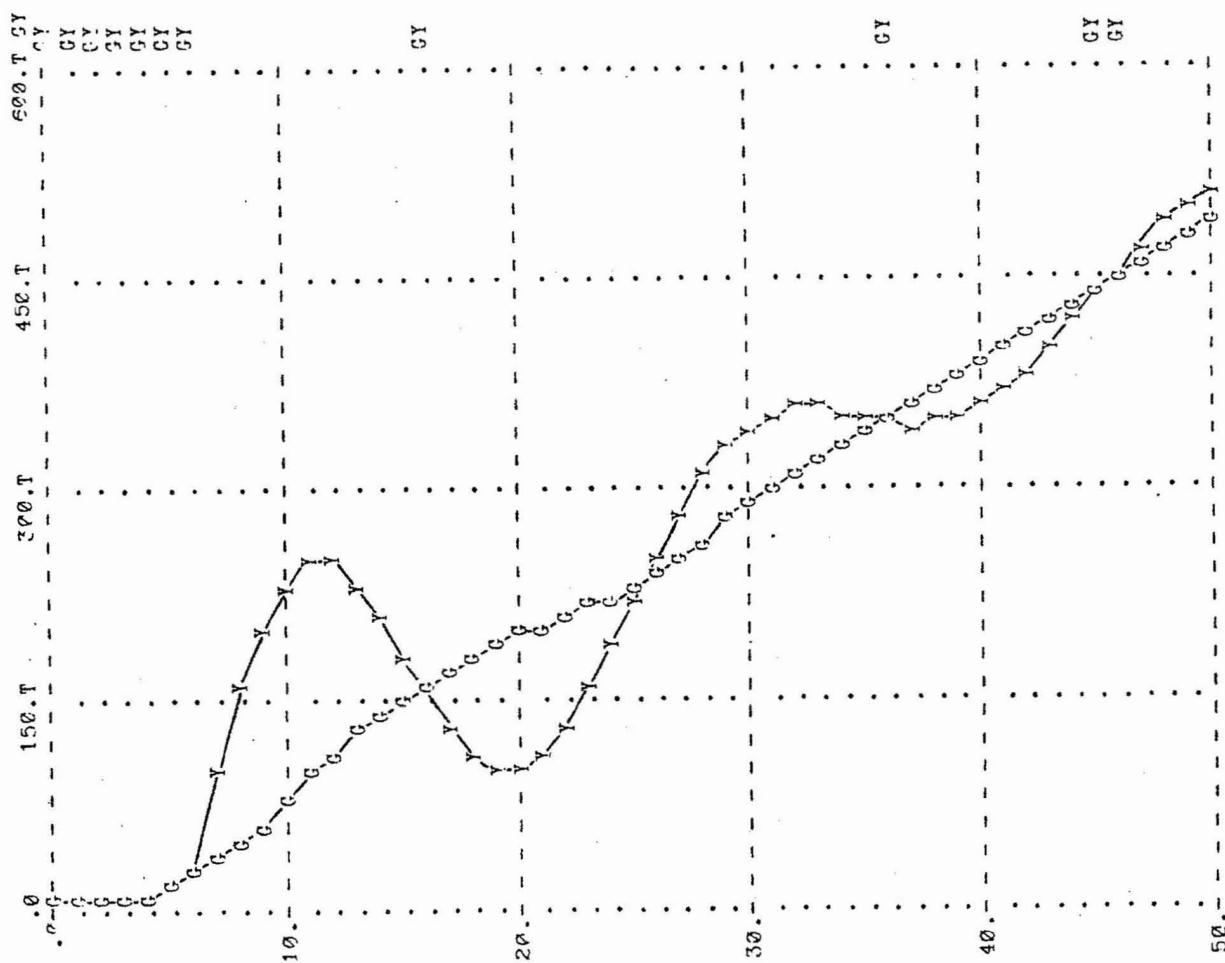


Abb. 15.3. Beispiel der Störung eines dynamischen Systems mit Evolutionsstabilität [Einheit T: Tausend]

de einmalige Störung in Höhe von $S(5)=4\,000$. Der durch die Störung bewirkte Zeitverlauf nähert sich mit gedämpften Schwingungen dem Gleichgewichtspfad (G). Im vorliegenden Fall liegt damit eine Evolutionsstabilität vor. Soviel zur Kennzeichnung der wichtigsten Stabilitätsarten.

Im Falle technischer Systeme ist es durchaus möglich, die Stabilität eines Systems zu beobachten. Man unterdrückt auf künstlichem Wege die Störungen, läßt damit das System in seinen Gleichgewichtszustand übergehen und übt dann eine typische Störung auf das System aus. Die Systemantwort, d.h. der Verlauf der endogenen Variablen, gestattet es dann, ein Urteil über das Stabilitätsverhalten abzugeben. Eine solche Situation läßt sich bezüglich sozialer Systeme jedoch nicht zustandekommen, da man Störungen wie etwa unvorhergesehene Investitionen oder Bestellungen nicht verbieten kann und will.

Ein soziales System ist ständig irgendwelchen 'Störungen' ausgesetzt, welche in ihrer Aufeinanderfolge bewirken, daß die realisierten Variablen permanent um den Gleichgewichtspfad 'herumtanzen'. Es läßt sich deshalb nicht beobachten, ob das System stabil ist, d.h. ob die endogene Variable nach der Ausübung einer begrenzten Störung dem Gleichgewichtspfad zustrebt.

Um dies zu zeigen, sei das in Abbildung 15.3 nur von einem Impuls gestörte System einer Kette von Störungsimpulsen ausgesetzt, die in Abbildung 15.4 durch den Buchstaben S gekennzeichnet ist.

Es dürfte anhand von Abbildung 15.4 kaum möglich sein, ein Urteil über das Vorhandsein einer Systemeigenschaft 'Evolutionsstabilität' abzugeben.

Ein gangbarer Weg, Eigenschaften wie Stabilität oder auch andere wesentliche Implikationen dynamischer Modelle zu ermitteln, besteht in folgendem Vorgehen:

Man entwickle ein adäquates Modell des zu untersuchenden dynamischen Systems, und in dieses Modell führe man Annahmen ein, die in der Realität nicht beobachtbar sind, deren Konsequenzen jedoch zur Gewinnung bisher unbekannter Eigenschaften des tatsächlich vorliegenden Systems führen.

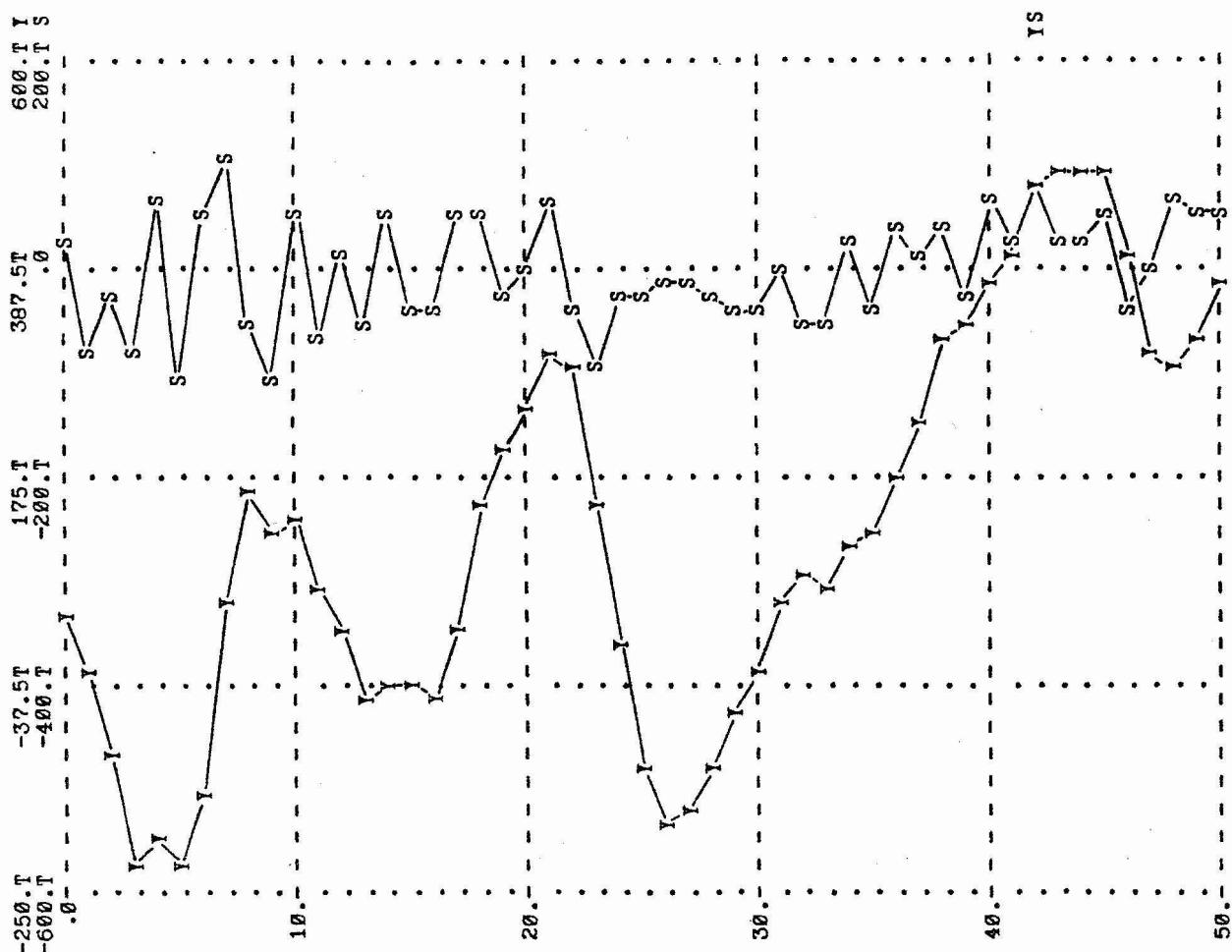


Abb. 15.4 Dynamisches System mit Evolutionsstabilität (Y), welches einer Kette von Störimpulsen (S) ausgesetzt ist
[Einheit T: Tausend]

Beispielsweise soll die folgende Version eines MA-Modells auf Stabilität untersucht werden:

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

$$C(t) = 0,8Y(t-1)$$

$$I_i(t) = 1[C(t) - C(t-1)] + \varepsilon(t)$$

$$I_a(t) = 2000$$

$$Y(0)=13\ 600, \quad Y(1)=19\ 800$$

Als Störgröße wird ε angesehen, welches einer Normalverteilung mit

einem Mittelwert Null und einer konstanten Standardabweichung angehören soll.

Die periodische Regressionslösung dieser Modellversion würde keine schlüssige Auskunft über die Stabilität des Modells liefern. Wählt man $Y(0)=Y(1)=10\ 000$, d.h. die Anfangswerte eines Systemgleichgewichtes und ersetzt die Störgröße ϵ durch eine einmalige Störung in Periode 5, so erhält man den in Abbildung 15.2 dargestellten Zeitpfad, der ein eindeutiges Urteil über die Stabilität des vorliegenden Systems erlaubt.

Im Rahmen der Evolutions- und Niveaustabilität kann man weiterhin zwischen einer monotonen und oszillatorischen Stabilität unterscheiden. Im Falle einer oszillatorischen Stabilität nähert sich das gestörte System in gedämpften Schwingungen dem Gleichgewichtspfad. Abbildung 15.3 liefert hierfür ein Beispiel. Liegt dagegen eine monotone Stabilität vor, so strebt die gestörte Variable schwingungsfrei dem Gleichgewichtspfad zu.

1.5.3. Retrodiktion endogener Variablen

Wie wir wissen, ist es ein wichtiges Ziel der dynamischen Modellanalyse, den zeitlichen Verlauf der endogenen Variablen eines dynamischen Modells zu ermitteln. Wenn der Zeitverlauf in die Zukunft führt, stellt der ermittelte Variablenverlauf eine Prognose dar. Prognosen sind von großer praktischer Bedeutung, da die Aufhellung der Zukunft ein elementares Bedürfnis der Menschen befriedigt.

Die ersten Erfolge in der Geschichte der naturwissenschaftlichen Prognostik stellten die Voraussage von Mond- und Sonnenfinsternissen dar. Aber gerade im Falle astronomischer Untersuchungen ist es schon lange üblich, auch eine Art Rückwärtsprognose vorzunehmen. Ein Astronom kann beispielsweise bei Kenntnis der Planetenkonstellationen im Jahre 1975 die in den letzten 200 Jahren stattgefundenen Sonnenfinsternisse rückprognostizieren. Ein solches zwingendes Schlußverfahren von zeitlich später folgenden auf früher stattgefundene Ereignisse nennt man

in der wissenschaftstheoretischen Fachsprache eine Retrodiktion.

Es liegt nun die Frage nahe, ob man mit einem dynamischen Modell nicht auch eine Retrodiktion vornehmen kann. Dabei sehen wir vorerst von der Frage ab, welchem Zweck eine solches Vorgehen dienen könnte.

Betrachten wir das einfache dynamische Modell

$$Y(t) = 0,5Y(t-1) \quad \text{mit } Y(0)=100, \text{ für } t=0,1,2,\dots$$

dann läßt sich dieser Ansatz umformen in:

$$Y(t-1) = 2Y(t)$$

Lassen wir den Zeitindex negativ werden, so ergibt sich für die ersten drei retrodizierten Perioden der zeitliche Verlauf:

t	Y
0	100
-1	200
-2	400
-3	800

In diesem einfachen Fall ist eine Retrodiktion möglich. Gilt dies jedoch generell für dynamische Modelle? Die Sentenz 'es führen viele Wege nach Rom' dokumentiert die Erfahrung, daß verschiedene Maßnahmen zum selben Ergebnis führen können. Auf die Kategorien der Modellbildung übertragen bedeutet dies, daß in einer zeitinvarianten Hypothese verschiedene Kombinationen vorherbestimmter Variablen zu derselben Ausprägung der endogenen Variablen führen können.

Es scheint daher fraglich, ob man anhand eines dynamischen Modells eine Retrodiktion durchführen kann. Denn zeigt es sich, daß mehrere Kombinationen der sogenannten vorherbestimmten Variablen zu derselben Ausprägung einer vorgegebenen endogenen Variablen führen, dann ist es unentscheidbar, welche dieser Kombinationen nun tatsächlich zu dem bekannten Ergebnis geführt hat. Um dieses Problem stärker aufzuhellen, betrachten wir die Endgleichung eines MA-Modells für Y, d.h.

$$Y(t) = (\alpha + \alpha\beta)Y(t-1) - \alpha\beta Y(t-2) + I_a(t)$$

und stellen uns die Frage, in welcher Weise wir anhand dieser Beziehung eine Retrodiktion der Variablen Y vornehmen können. Nehmen wir

an, der Wert von $Y(2)$ sei bekannt. Wenn die Endgleichung (12.9) das vorliegende System adäquat beschreibt, dann gilt die Beziehung:

$$Y(2) = (\alpha + \alpha\beta)Y(1) - \alpha\beta Y(0) + I_a(2)$$

Wollen wir nunmehr den Wert für $Y(1)$ bestimmen, d.h. eine Retrodiktion von $Y(2)$ auf $Y(1)$ vornehmen, dann ist dies nicht möglich, denn es gibt eine ganze Reihe von Kombinationen der Zahlenwerte $Y(0)$, $Y(1)$ und $I_a(2)$, die den vorgegebenen Wert $Y(2)$ liefert.

Geht man jedoch davon aus, daß die numerischen Werte der exogenen Variablen für die vorgesehene Retrodiktionsperiode bekannt sein sollen und unterstellt zusätzlich, daß auch $Y(1)$ bekannt ist, dann läßt sich $Y(0)$ eindeutig ermitteln. Hat man aber $Y(0)$ ermittelt, so lassen sich durch sukzessive Anwendung des beschriebenen Vorgehens $Y(-1)$, $Y(-2)$ usw. berechnen.

Das beschriebene Vorgehen läßt sich verallgemeinern: Hat man die Endgleichung n -ten Grades einer bestimmten endogenen Modellvariablen Y entwickelt und sind sowohl $n-1$ Anfangswerte für Y sowie die exogenen Variablenverläufe im Retrodiktionszeitraum bekannt, so ist eine Retrodiktion möglich. Für bestimmte nichtlineare Zusammenhänge ergeben sich gewisse Einschränkungen, die später zu diskutieren sind.⁸ Zumindest führen diese Anmerkungen aber zu der Einsicht, daß eine Retrodiktion auch bei dynamischen Modellen prinzipiell durchführbar ist. Im Falle des angeführten Beispiels kann eine Retrodiktion in folgender Weise durchgeführt werden:

Aus der Endgleichung (12.9) folgt der Retrodiktionsansatz

$$Y(t) = ((1+\beta)/\beta)Y(t+1) - (1/\alpha\beta)Y(t+2) + I_a(t)/(\alpha\beta)$$

und mit $\alpha=0,9$; $\beta=0,4$; $I_a=2500$; $Y(1)=11\ 000$ und $Y(0)=10\ 000$

$$Y(t) = 3,5Y(t+1) - (1/0,36)Y(t+2) + 2500/0,36$$

Mit diesem Ansatz ist man in der Lage, die numerischen Werte von $Y(t)$ für $t=-1, -2, -3, \dots$ zu berechnen. Tabelle 15.2 zeigt die Ergebnisse dieser Rückrechnung. Y wächst offenbar mit abnehmendem t unbegrenzt. Dies ist eine Implikation, die den Modellansatz kaum akzeptierbar erscheinen läßt.

⁸ Siehe Seite 472f.

	$Y(t)$	$3,5*Y(t+1)$	$-1/0.36*Y(t+2)$	$2500/0.36$
-1	11388.89	35000.00	-30555.55	6944.45
-2	19027.80	39861.13	-27777.77	6944.45
-3	41905.88	66597.25	-31635.82	6944.45
-4	100760.00	146670.56	-52855.00	6944.45
-5	243199.25	352660.00	-116405.19	6944.45
-6	578252.94	851197.38	-279888.88	6944.45
-7	1355275.00	2023885.00	-675553.44	6944.45
-8	3144148.00	4743462.00	-1606258.00	6944.45
-9	7246810.00	11004518.00	-3764652.00	6944.45
-10	16637024.00	25363824.00	-8733744.00	6944.45

Tab. 15.2 Retrodiktion eines MA-Modells durch periodische Regression

Das Rechenverfahren zeigt auch, daß der zeitliche Verlauf der exogenen Variablen I_a während des Retrodiktionszeitraumes vorgegeben sein muß. Oft ist es auch von Interesse, nicht nur eine Endgleichung zu retrodizieren, sondern ein ganzes System von Hypothesen. Dies gilt insbesondere für den Fall nichtlinearer Modelle, da diese nur in Ausnahmefällen in ihre Endgleichungsform überführt werden können.

Zur Retrodiktion eines Hypothesensystems betrachten wir die Gleichungen des MA-Modells, d.h.

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

$$I_i(t) = \beta[C(t) - C(t-1)]$$

$$C(t) = \alpha Y(t-1)$$

Wir gehen von der Annahme aus, die numerischen Werte der endogenen Variablen in der Periode $t=1970$ seien uns bekannt, d.h. $Y(1970)$, $I_i(1970)$ und $C(1970)$. Weiter sei uns der Verlauf der exogenen Variablen I_a für den Retrodiktionszeitraum vorgegeben. Zur Ermittlung der Werte für $Y(1969)$, $I_i(1969)$ und $C(1969)$ sind die Gleichungen

$$Y(1969) = C(1969) + I_i(1969) + I_a(1969)$$

$$I_i(1970) = \beta C(1970) - \beta C(1969)$$

$$C(1970) = \alpha Y(1969)$$

heranzuziehen. Man erkennt, daß $C(1969)$ und $Y(1969)$ aus den Gleichungen für I_i und C ermittelt werden können, während $I_i(1969)$ aufgrund

der Definitionsgleichung von Y , d.h. durch

$$I_i(1969) = Y(1969) - C(1969) - I_a(1969)$$

bestimmt wird.

Nach der Gewinnung der numerischen Werte von Y , I_i und C für das Jahr 1969 lassen sich in analoger Anwendung die endogenen Variablenwerte für 1968, 1967 usw. ermitteln.

Im vorliegenden Fall eines MA-Modells handelt es sich um die Retrodiktion eines linearen Modells. In vielen Fällen sind dynamische Modelle jedoch nichtlinear, und es stellt sich die Frage, ob auch in diesen Fällen Retrodiktionen möglich sind.⁹ Es läßt sich zeigen, daß jedes nichtlineare Modell in ein System von (nichtlinearen) Differenzengleichungen ersten Grades überführt werden kann, d.h. in ein Gleichungssystem der Form¹⁰

$$Y_j(t) = F_j[Y_v(t-1)] \quad v, j = 1, 2, \dots, m$$

Ist $Y_j(t)$ numerisch vorgegeben, so lassen sich die numerischen Werte von $Y_v(t-1)$ durch Lösung des (zumeist simultanen) nichtlinearen Gleichungssystems

$$F_j[Y_v(t-1)] - Y_j(t) = 0$$

ermitteln. Durch sukzessives Einsetzen der ermittelten Werte kann das Modell beliebig weit retrodiziert werden. Bei der Erörterung der sogenannten System-Dynamics-Konzeption zur Modellierung dynamischer Systeme wird ein Verfahren demonstriert, mit dessen Hilfe nichtlineare System-Dynamics-Modelle retrodiziert werden können.

1.5.4. Sensitivität eines Modells

Mit der Sensitivität soll die 'Reaktionsstärke' der endogenen Variablen eines Modells bezüglich bestimmter Änderungen seiner Parameter ausgedrückt werden. In einer ersten groben Kennzeichnung läßt sich sagen:

⁹ Zur Unterscheidung von linearen und nichtlinearen Modellen s.S. 164ff.
¹⁰ Siehe Seite 264f.

Ein Modell reagiert umso sensitiver bezüglich eines Parameters, je stärker sich eine Änderung dieses Parameters auf den Verlauf seiner endogenen Variablen auswirkt. Es wird oft von der Sensitivität eines Modells oder Systems gesprochen. Eine solche Ausdrucksweise kann zu Mißverständnissen führen, weil stets nur die Sensitivität einer oder mehrerer endogener Variablen bezüglich eines Parameters untersucht wird. Spricht man daher von einem sensitiven Modell, so ist diese Bezeichnung so zu deuten, daß sich in dem vorliegenden Modell zumindest ein Parameter finden läßt, auf dessen Änderung sämtliche endogenen Variablen stark reagieren.

Diese Charakterisierung der Sensitivität ist relativ vage, doch sie

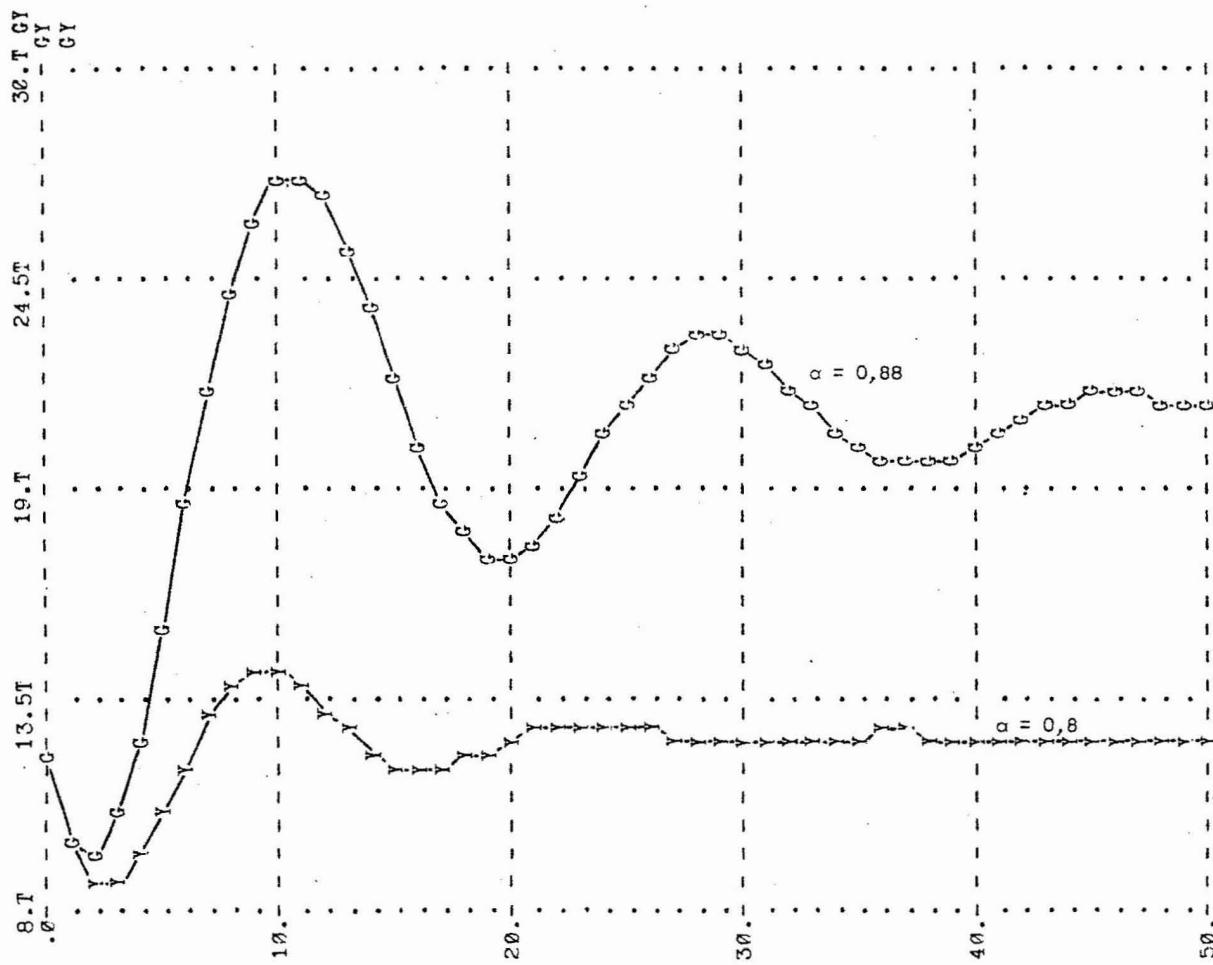


Abb. 15.5 Sensitivität eines MA-Modells gegenüber dem Parameter α [Einheit T: Tausend]

reicht für eine erste Orientierung aus.

Anhand eines MA-Modells verdeutlichen wir uns den Vorgang einer Sensitivitätsuntersuchung. Wir wählen für ein MA-Modell $\alpha=0,8$, $\beta=1$, $Y(0)=12\ 000$, $Y(1)=10\ 000$, $I_a(t)=2\ 500$ und erhalten den Ansatz

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

$$I_i(t) = 1[C(t) - C(t-1)]$$

$$C(t) = 0,8Y(t-1)$$

Abbildung 15.5 zeigt den Variablenverlauf von Y für $\alpha=0,8$ und einer Erhöhung von α um zehn Prozent, d.h. $\alpha=0,88$.

In Abbildung 15.6 ist α unverändert, der Parameterwert von β dagegen

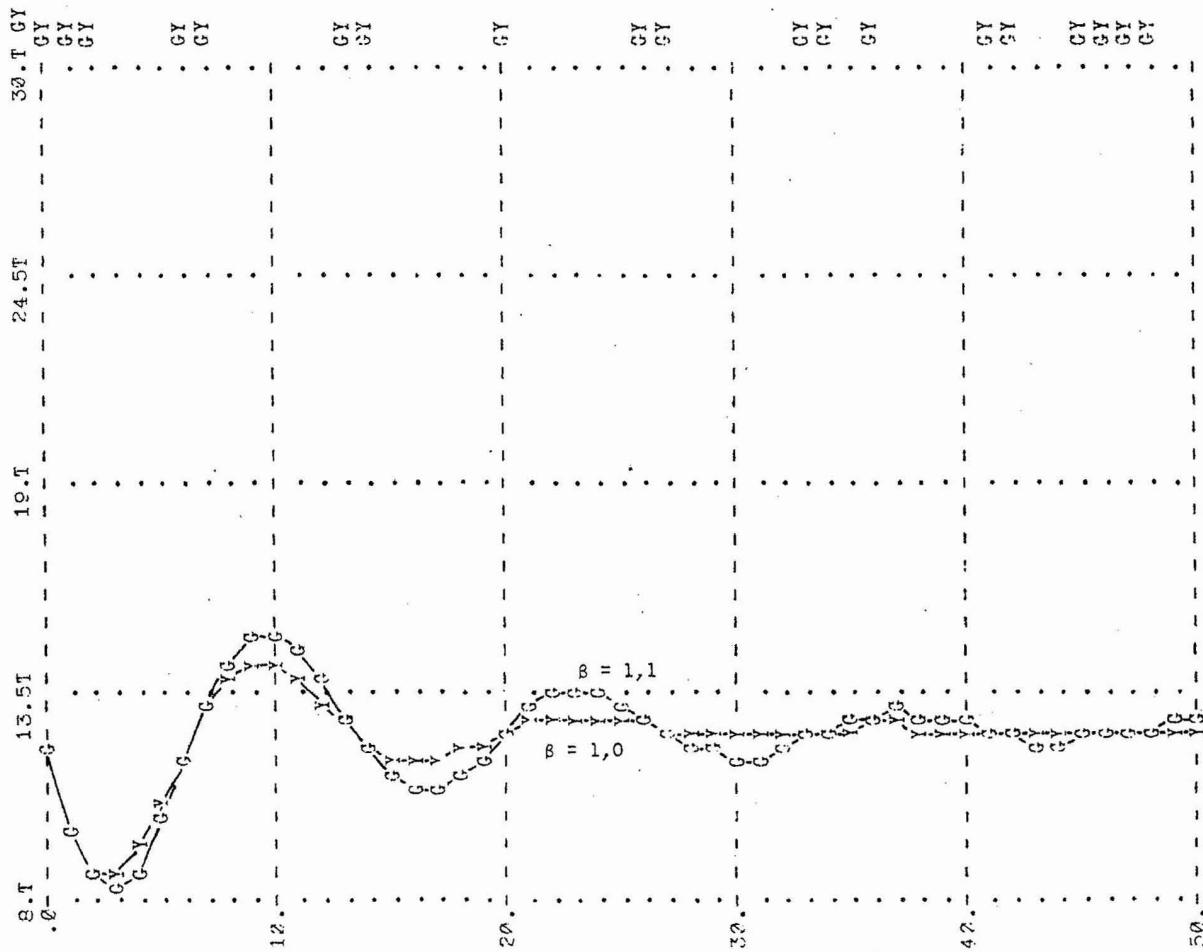


Abb. 15.6 Sensitivität eines MA-Modells gegenüber dem Parameter β
[Einheit T: Tausend]

um zehn Prozent erhöht, d.h. $\alpha=0,8$ und $\beta=1,1$.

Man erkennt, daß das System auf die relative Änderung von α viel heftiger reagiert als auf die gleiche relative Änderung von β . Noch eindrucksvoller erweist sich die Sensitivität des Modells in der Grundversion $\alpha=0,99$ und $\beta=1$.

Aus Abbildung 15.7 erkennt man die unterschiedlichen Verlaufsformen von Y bei nur geringer Änderung von α .

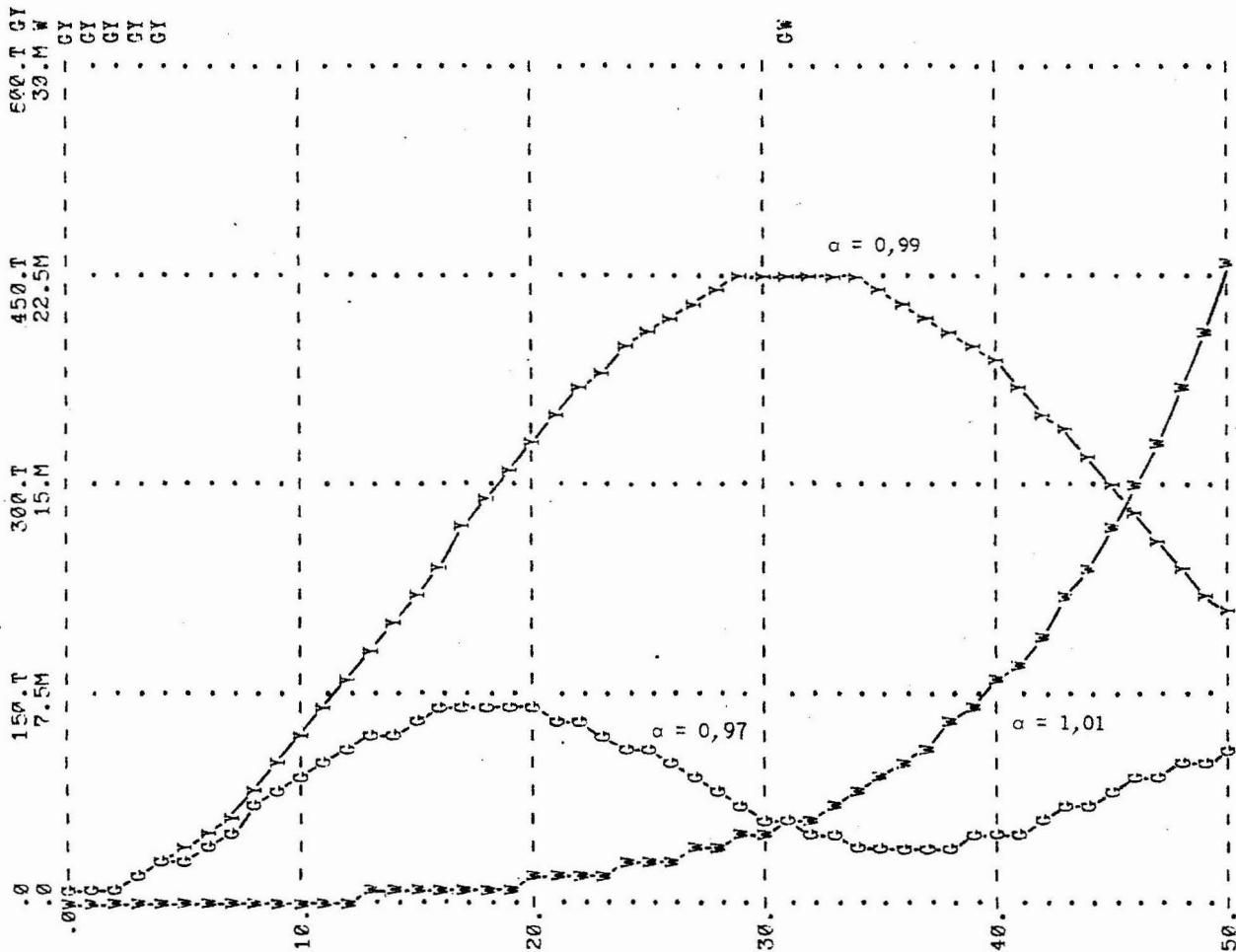


Abb. 15.7 Sensitivität eines MA-Modells gegenüber α in der Ausgangsversion $\alpha=0,99$ und $\beta=1$ [Einheiten T: Tausend, M: Millionen]

Halten wir fest: die Sensitivität läßt sich nur definieren bezüglich des vorgegebenen Zeitverlaufs einer bestimmten endogenen Variablen.

In der praktischen Anwendung verzichtet man zumeist auf ein bestimmtes Sensitivitätsmaß und beschränkt sich, wie wir es auch getan haben, auf einen visuellen Vergleich des Variablenverlaufes.

Eine wichtige Aufgabe besteht darin, die Parameter zu finden, auf die ein dynamisches Modell am empfindlichsten reagiert. Betrachten wir das einfache Modell

$$Y(t) = \alpha Y(t-1) \quad \text{mit } \alpha=0,98 \text{ und dem Anfangswert } Y(0)$$

dann kann der monoton gegen Null strebende Zeitverlauf von Y durch

$$Y(t) = 0,98^t Y(0)$$

beschrieben werden.

Man erkennt leicht, daß das Modell auf Änderungen von α extrem empfindlich reagiert. Denn eine Änderung um drei Prozent würde schon zu einem explodierenden Verlauf

$$Y(t) = 1,0094^t Y(0)$$

führen.

In Modellen mit vielen Parametern wird die Suche nach den Parametern, die eine hohe Sensitivität bewirken, zu einem schwierigen Problem. Es gilt hierbei insbesondere die Parameter zu finden, deren Änderung wie in dem beschriebenen Beispiel zu einer sprunghaften Veränderung des Modellverhaltens führen. Solche qualitativen Verhaltenssprünge treten auch bei dem uns bereits vertrauten MA-Modell in beachtlichem Umfang auf. So zeigt Abbildung 15.8 voneinander abgegrenzte Flächen, die bestimmte Kombinationen der Parameter α und β umschließen. Ohne nähere Erklärung sei darauf hingewiesen, daß diese Parameterflächen qualitative Verhaltenssprünge der endogenen Variablen voneinander abgrenzen.¹¹ Die qualitativ unterschiedlichen Verläufe von Y in Abbildung 15.7 liegen, wie man leicht nachprüfen kann, jeweils in einem anderen Flächenbereich. Die in dem Diagramm erkennbare Abhängigkeit des Systemverhaltens von den Parametern α und β soll dazu dienen, den bisher unterstellten 'einparametrischen' Sensitivitätsbegriff auf seine Zweckmäßigkeit hin zu untersuchen.

¹¹ Siehe im Einzelnen Seite 216f.

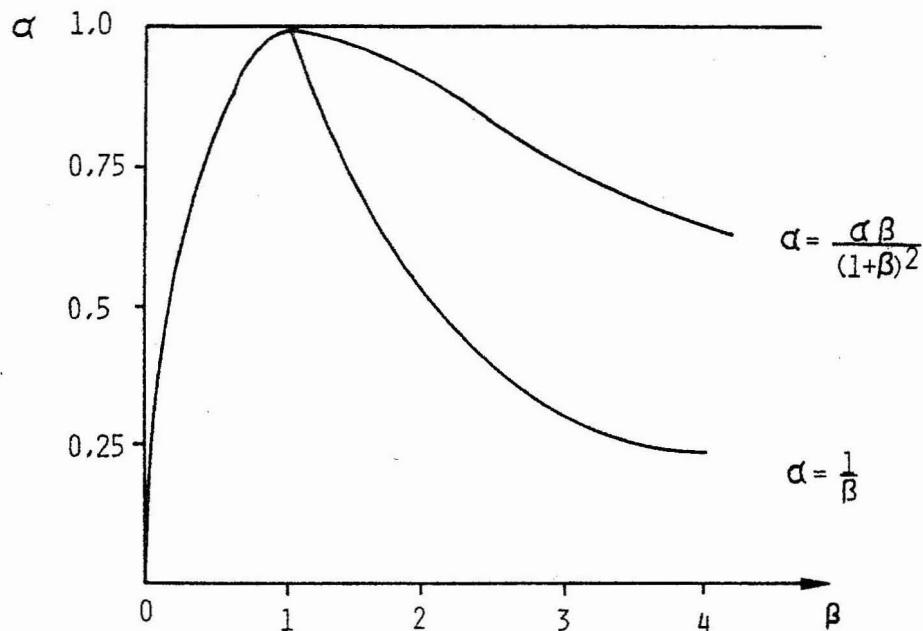


Abb. 15.8 Verhaltensdiagramm eines MA-Modells in Abhängigkeit von den Parametern α und β

Angenommen, die Parameterwerte $\alpha=0,9$ und $\beta=1$ seien für ein bestimmtes System gefunden. Wählen wir die Modellversion $I_a(t)=100$, dann zeigt sich, daß bei einer Erhöhung oder Verminderung von α um zehn Prozent keine Veränderung des Stabilitätsverhaltens auftritt. Auch eine gleichzeitige Verminderung von β um zehn Prozent führt, wie aus Abbildung 15.9 zu erkennen ist, nicht zur Instabilität. Eine Erhöhung von β um zehn Prozent zeigt ebenfalls keine Änderung, wenn man nicht gleichzeitig α um mehr als ein Prozent erhöht. In diesem Fall wird das Modell instabil.

Wenn man davon ausgeht, daß es das Ziel einer Sensitivitätsanalyse ist, die Stärke der Variablenverlaufsreaktion auf geringfügige Parameteränderungen zu beurteilen, dann zeigt sich, daß der bisher verwendete Sensitivitätsbegriff dieser Forderung nicht voll genügen kann; denn er basiert auf der Erfassung der Modellreaktion bezüglich eines Parameters. Das eben geschilderte Beispiel zeigte aber, daß das Modell

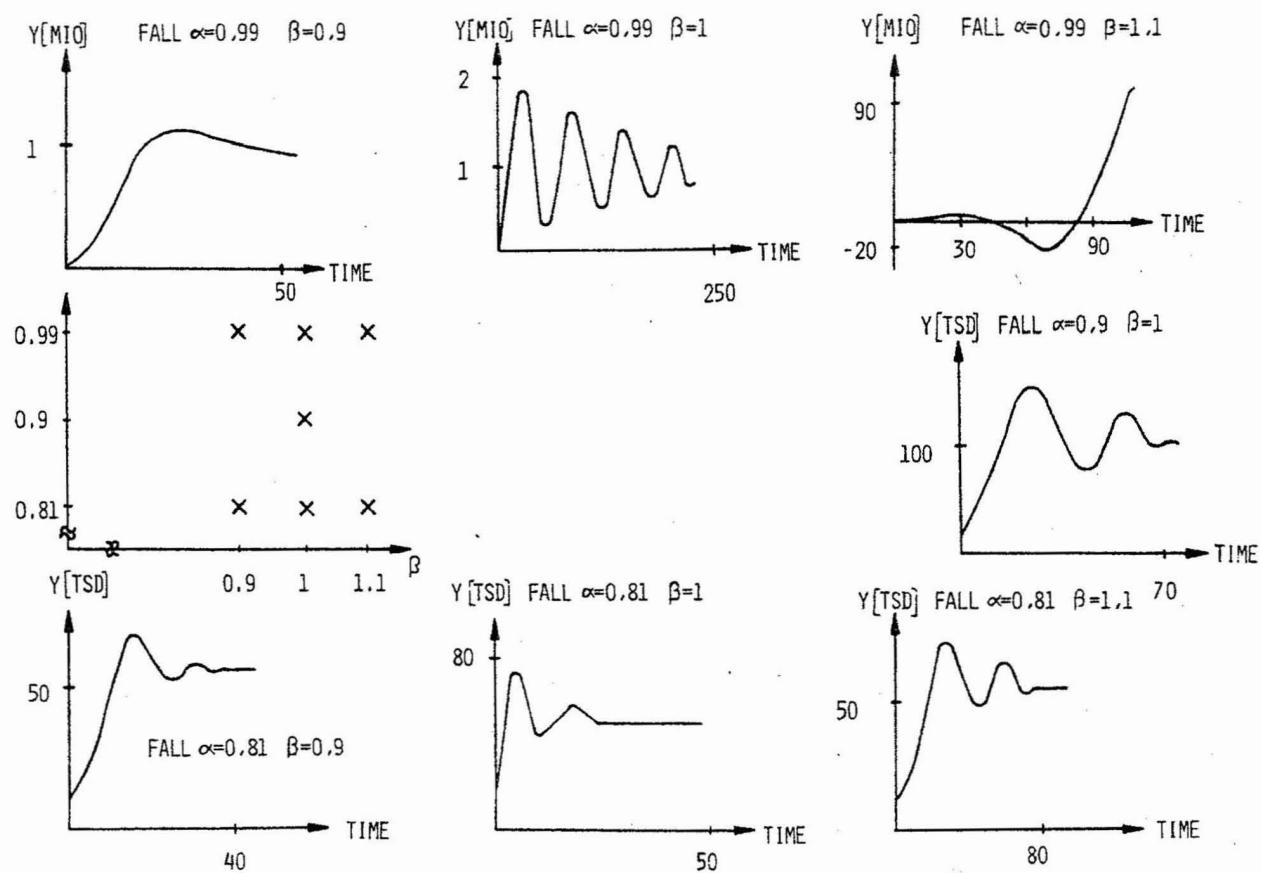


Abb. 15.9. Auswirkungen verschiedener Parametervariationen auf das Verhalten eines MA-Modells

im Falle der Änderung eines Parameters (α) nur wenig, im Falle der gleichzeitigen geringfügigen Änderung eines weiteren Parameters (β) aber sehr heftig reagiert. Auch in diesem Fall würde man sagen, daß das System sehr sensitiv reagiert, weil eine geringfügige kombinierte Änderung von zwei Parametern zu einer starken Systemreaktion führt, während dies aber bei einer isolierten Parameteränderung nicht der Fall ist.

Im Sinne dieses erweiterten Sensitivitätsbegriffes ist ein Modell auch dann als sensitiv zu bezeichnen, wenn es auf eine bestimmte kombierte geringfügige Parameteränderung stark reagiert.

Die Ermittlung einer hohen Sensitivität bei einer isolierten Parameteränderung erlaubt es zwar, das vorliegende Modell als sensitiv zu bezeichnen. Stellt man jedoch eine geringe Sensitivität bei einer jeweils isolierten Änderung der einzelnen Parameter eines Modells fest, dann kann daraus nicht der Schluß gezogen werden, das Modell würde auch bezüglich einer kombinierten Änderung seiner Parameter eine geringe Sensitivität aufweisen. Da komplexe dynamische Modelle analytisch nicht untersucht werden können, müßten im Falle einer umfassenden Sensitivitätsanalyse jeweils alle möglichen Ausprägungen von n Modellparametern in beliebiger Weise miteinander kombiniert und zur Ermittlung der Modellreaktion das entsprechende Modell simuliert werden. Bei Modellen mit drei- bis vierhundert Parametern würde die Zahl der benötigten Simulationsläufe astronomische Größenordnungen annehmen. Im Einzelfall wird man sicher durch Strukturanalysen bestimmte Parameter als irrelevant aussondern können, so daß die Anzahl der in Frage kommenden Parameter gesenkt werden kann und die sich stellende Aufgabe nicht so aufwendig wird wie oben beschrieben. Aber der in diesem Zusammenhang geprägte Ausdruck vom 'Fluch der Dimension' kennzeichnet dennoch ein schwer zu überwindendes Hindernis bei der Sensitivitätsanalyse dynamischer Modelle.

Die Sensitivitätsuntersuchung ist einer der wichtigsten Aufgabenbereiche im Rahmen der Analyse dynamischer Modelle, weil, wie wir später sehen werden, die Sensitivität eines Modells als Indikator seiner empirischen Relevanz verwendet werden kann. Die später erörterte Modellierungskonzeption System Dynamics geht von der Gültigkeit einer generellen Insensitivität sozialer Systeme aus, einer Behauptung also, die sich durch eine Untersuchung der Sensitivität des betreffenden Systemmodells erhärten oder falsifizieren läßt.

Bisher wurde der Begriff der Sensitivität nur verbal umschrieben. Um im Rahmen der Sensitivitätsuntersuchung unseres MA-Modells auch einen quantitativen Eindruck bezüglich der Sensitivitätsstärke zu erhalten, soll als Maß der Abweichung der Verläufe einer endogenen Variablen der sogenannte Theilsche Ungleichheitskoeffizient verwendet

werden.¹² Im Falle der Identität von zwei Zeitreihen nimmt diese Maßgröße den Wert 0 an, während der Wert 1 den Grenzfall einer 'totalen' Abweichung kennzeichnet. Werte zwischen 0 und 1 sind daher ein Maß für die Abweichungsstärke.

In Abbildung 15.10 sind die Höhenlinien der Parameterkombinationen gleicher Abweichungsstärke dargestellt, die durch den Theilschen Ungleichheitskoeffizienten beschrieben werden.¹³

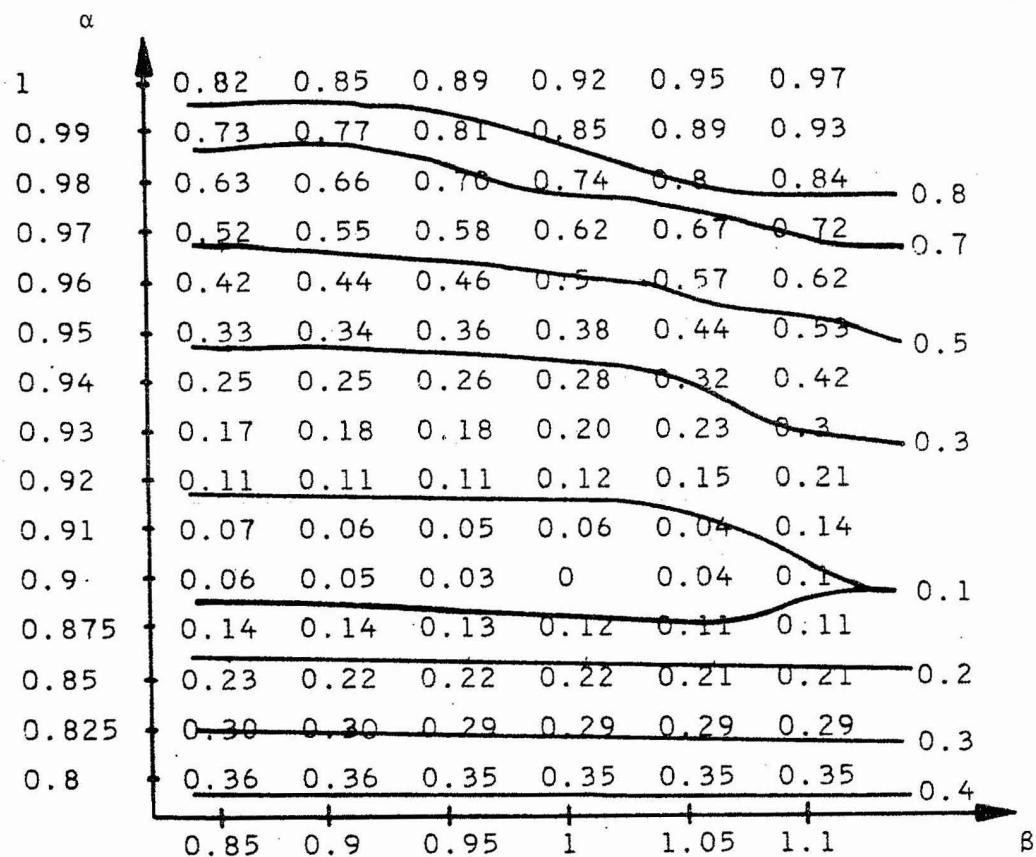


Abb. 15.10 Sensitivität eines MA-Modells bezüglich der Ausgangslage $\alpha=0,9$ und $\beta=1$

12 Zur Definition des Theilschen Ungleichheitskoeffizienten siehe Seite 137

13 Als Vergleichszeitraum wurden 30 Perioden gewählt.

Man erkennt, daß die Sensitivitätshöhenlinien ungleichmäßige Verläufe aufweisen. Auch in diesem Falle zeigt sich: Isolierte Parameteränderungen liefern, obwohl dies oft (implizit) unterstellt wird, keine zuverlässigen Aussagen zur Beurteilung der Sensitivität von Modellen.

Man muß sich bei einer Verallgemeinerung dieser Ergebnisse zudem im klaren sein, daß ein MA-Modell ein sehr einfaches lineares Modell darstellt. Realitätsnähere nichtlineare Modelle besitzen Dutzende ja manchmal sogar Hunderte von Parametern. Würde man in Erweiterung der Abbildung 15.10 einen n-dimensionalen Hyperraum für n-Parameter konstruieren, so erhielte man (analog zu den Höhenlinien) n-dimensionale Gebilde, deren Oberfläche die Parameterkombinationen gleicher Abweichungsstärke ausdrücken. Die entstehenden Gebilde dürften im Falle nichtlinearer Modelle so zerklüftet und deformiert sein, daß es schwierig sein wird bei Kenntnis einiger benachbarter Ordinatenpunkte, etwas über die Sensitivität der Umgebung auszusagen. Die Sensitivitätsbeurteilung dynamischer Systeme ist also ein schwieriges Unterfangen.

1.5.5. Stochastische Implikationen

Dem Zeitverlauf der endogenen Variablen in deterministischen Modellen entspricht in stochastischen Modellen der Zeitverlauf der Wahrscheinlichkeitsverteilung der endogenen Variablen.

Ein vorrangiges Anliegen der Untersuchung stochastischer dynamischer Modelle ist es, den Verlauf dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung oder den Verlauf einiger ihrer wichtigsten Parameter zu bestimmen. Als Parameter dienen, wie erwähnt, meist das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

In vielen Fällen wird es wegen mathematischer Schwierigkeiten nicht möglich sein, in zwingender Weise den Verlauf der Wahrscheinlichkeitsverteilung zu ermitteln. Beim Fehlen geeigneter mathematischer Verfahren versucht man daher, zumindest zu einer Schätzung des Verlaufes der Wahrscheinlichkeitsverteilung zu gelangen.

Gehen wir von unserem Grundbeispiel eines MA-Modells aus: Das im Kopf der Tabelle 15.3 angegebene Schema zeigt die Berechnung zwanzig endogener Variablenwerte von Y in der zehnten Periode, d.h. $Y(10)$ mit Hilfe von periodischen Regressionslösungen. Wir gehen dabei von dem schon auf Seite 74f. beschriebenen stochastischen MA-Modell mit den Parametern $\alpha=0,9$, $\beta=0,4$, $Y(-2)=10\ 000$, $Y(-1)=11\ 000$, $I_a=2000$ und $\sigma=1000$ aus. Diese Realisationen können als Stichproben aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Y(10)$ angesehen werden.

Anz.d. Simul.	$Y(10)$	$Y(9)$	$Y(8)$	I_a	$\epsilon(10)$
1	16 928	16 036	17 803	2000	1131
2	19 485	18 233	17 930	2000	966
3	20 829	20 800	20 353	2000	-52
4	18 056	18 002	16 833	2000	-566
5	18 738	17 350	17 317	2000	1111
6	19 755	20 800	23 043	2000	-156
7	17 315	16 394	16 491	2000	595
8	20 192	20 241	20 134	2000	-69
9	21 189	22 612	21 711	2000	-1486
10	21 595	21 442	22 743	2000	765
11	17 277	17 018	16 745	2000	-137
12	17 339	16 593	14 869	2000	-215
13	20 209	18 326	16 827	2000	1175
14	19 319	19 434	19 605	2000	-116
15	19 689	20 855	19 229	2000	-1666
16	19 771	19 459	20 151	2000	507
17	14 652	14 829	14 814	2000	-700
18	16 274	15 924	14 105	2000	-712
19	17 384	16 698	17 624	2000	689
20	20 393	19 741	18 972	2000	349
Summe	376 389				

Schätzungen:

$$\text{Arithmetisches Mittel: } \tilde{Y}_e = \frac{376\ 389}{20} = 18\ 819$$

$$\text{Varianz: } \tilde{Y}_v = 3\ 357\ 200$$

$$\text{Standardabweichung: } \tilde{Y}_s = 1832 \quad \tilde{Y}_s = \sqrt{\tilde{Y}_v}$$

Tab. 15.3 Ermittlung eines Schätzwertes $\tilde{Y}(10)$ des arithmetischen Mittels der stochastischen Variablen $Y(10)$ eines MA-Modells

Die numerischen Werte von ϵ werden durch ein hier nicht weiter erklärtes 'Stichprobenziehverfahren' aus einer Gesamtheit ermittelt, die durch eine Normalverteilung mit $\mu=0$ und $\sigma=1000$ beschrieben wird. Dieses Verfahren hat zur Folge, daß auch die ermittelten zwanzig Zahlenwerte als Stichproben aus der $Y(10)$ zugrunde liegenden Verteilung angesehen werden können. $\tilde{Y}_e(10)$ ist daher ein Schätzwert des arithmetischen Mittels dieser Verteilung.

Aus den analytisch ermittelten Formeln (14.1) und (14.2) des Zeitverlaufes und der Varianz von Y ergeben sich für $t=10$ die Werte

$Y_e(10)=18\ 854$ und $Y_s(10)=2814$. Diese Werte weichen von den anhand von Tabelle 15.3 ermittelten Schätzwerten $\tilde{Y}_e(10)=18\ 819$ und $\tilde{Y}_s(10)=1832$ ab.¹⁴

Hieraus entstehende Fragen werden jedoch vorerst zurückgestellt.

Festzuhalten ist: Bei einem vorliegenden dynamisch stochastischen Modell kann man für jede Periode mit Hilfe von 'Stichprobenziehverfahren' eine Schätzung des arithmetischen Mittels und auch anderer Parameter, wie beispielsweise der Standardabweichung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von $Y(t)$, gewinnen.

Auf der Grundlage der Verlaufsbestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung soll der Begriff der stochastischen Stabilität eingeführt werden. Von einer Niveaustabilität soll gesprochen werden, wenn das arithmetische Mittel eines stochastischen Modells mit wachsendem t gegen einen zeitkonstanten Gleichgewichtspfad konvergiert. Der Stabilitätsbegriff kann auch auf weitere Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung der endogenen Variablen bezogen werden. Zum Beispiel kann eine Stabilitätsdefinition hinsichtlich der Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung vorgenommen werden. Von einer Stabilität hinsichtlich der Standardabweichung (Stabilität 2. Grades) soll immer dann gesprochen werden, wenn die Standardabweichung der betrachteten Wahrscheinlichkeitsverteilung mit wachsendem t einem endlichen Grenzwert zustrebt. In allen anderen Fällen liegt Instabilität vor.

1.6. Methoden der Erschließung von Modellimplikationen

Bisher wurden Begriff und Arten der Implikation dynamischer Modelle beschrieben. Dabei wurde bereits darauf hingewiesen, daß es unterschiedliche Methoden zur Aufdeckung von Modellimplikationen gibt. Man kann hier zwischen den Verfahren einer deduktiven und pseudoinduktiven Modellerschließung unterscheiden. Diese Erschließungsmethoden, welche im Rahmen der Abschnitte über die verschiedenen Arten dynamischer Modelle detailliert beschrieben werden, sollen im folgenden allein unter wissenschaftstheoretischen Gesichtspunkten diskutiert werden.

1.6.1. Deduktive Erschließung von Modellimplikationen

Eine deduktive Argumentation zeichnet sich dadurch aus, daß bei einer Akzeptierung der Prämissen als wahr die gezogenen Schlußfolgerungen aus logisch zwingenden Gründen auch als wahr akzeptiert werden müssen. Berechnet man von einem dynamischen Modell die Funktionslösung, dann handelt es sich um eine deduktive Argumentation, in der das dynamische Modell die Prämisse, die Funktionslösung dagegen die Schlußfolgerung oder Modellimplikation darstellt.

Die Erschließung der Implikationen erfolgt im deduktiven Fall mit Hilfe der Ableitungsregeln des Differenzengleichungskalküls, wobei im Falle stochastischer Modelle zusätzlich die Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie mit herangezogen werden. Die Ermittlung der Funktionslösung, die Bestimmung der periodischen Regressionslösung und die Retrodiktion eines dynamischen Modells sind Beispiele der Anwendung deduktiver Methoden.

1.6.2. Pseudoinduktive Erschließung von Modellimplikationen

In vielen Fällen reicht die mathematische Theorie bisher noch nicht aus, geeignete Verfahren zur Deduktion bestimmter relevanter Impli-

kationen zur Verfügung zu stellen. Dies gilt insbesondere für den Großteil der nichtlinearen dynamischen Modelle. Als Ausweg bietet sich hier ein Verfahren an, welches die Existenz bestimmter Implikationen nicht logisch zwingend aufweist, sondern zu Wahrscheinlichkeitsaussagen über die Existenz oder Nichtexistenz dieser Implikationen führt.

Dieses Verfahren läßt sich schlagwortartig als pseudoinduktive Modellerschließung bezeichnen.

In konkreten Systemen dienen Experimente der Aufdeckung bestimmter Struktureigenschaften. Einige Struktureigenschaften dieser Systeme lassen sich jedoch nicht zwingend aus beliebig vielen Experimenten und damit Beobachtungen folgern. Die Erhärtung einer bestimmten Hypothese bezüglich eines vorliegenden Systems ist hier nur mit Hilfe induktiver Schlußverfahren möglich.

Will man beispielsweise die Hypothese überprüfen, daß ein technisches Regelsystem globale Stabilität besitzt, so berechtigen beliebig viele Experimente, die eine lokale Stabilität aufzeigen, nicht zu dem zwingenden Schluß, das vorliegende System sei auch global stabil.

Bei einer wachsenden Zahl vergeblicher Versuche, die Hypothese einer globalen Stabilität zu widerlegen, ist jedoch der (nicht logisch zwingende) induktive Schluß berechtigt, daß eine globale Stabilität vorliegt. Mit Hilfe eines derartigen Verfahrens werden Hypothesen über die Struktureigenschaften von Systemen erhärtet oder verworfen. Die pseudoinduktive Modellerschließung zeichnet sich gegenüber der beschriebenen induktiven Systemerschließung dadurch aus, daß die induktiven Verfahren nicht an dem eigentlichen System, sondern an dem das System beschreibenden Modell vorgenommen werden.

Auch unter der Annahme einer adäquaten Systembeschreibung erlaubt das gewonnene Modell mangels mathematischer Analysemethoden oft nicht die Entscheidung, ob eine globale Stabilität vorliegt. In diesem Fall kann man analog zum beschriebenen Vorgehen versuchen, die Hypothese einer globalen Stabilität mit Hilfe einer pseudoinduktiven Modelluntersuchung zu erhärten oder zu verwerfen.

Bei einer näheren Betrachtung der pseudoinduktiven Modellerschließ-

sung ist es zweckmäßig, zwischen der Erschließung deterministischer und stochastischer dynamischer Modelle zu unterscheiden.

Als Beispiel einer pseudoinduktiven deterministischen Modellerschließung sei der Fall angeführt, daß man eine Aussage über die Sensitivität eines Modells gewinnen will. Die Parameter des Modells werden in einem vorgegebenen Streubereich durch einen Zufallsprozeß ausgewählt, und der Zeitverlauf der endogenen Variablen wird ermittelt. Weist das Modell bei vielen Experimenten mit derartig veränderten Parametern keine starke Abweichung auf, so wird die Hypothese (oder Implikationsbehauptung) erhärtet, daß das System nur eine geringe Sensitivität besitzt.

Die Schätzung des arithmetischen Mittels der endogenen Variablen Y in der zehnten Periode wurde anhand von Tabelle 15.3 demonstriert. Hier handelt es sich um ein Beispiel der pseudoinduktiven Erschließung eines stochastischen Modells. Das geschätzte arithmetische Mittel $\tilde{Y}_e = 18\ 819$ entspricht, wie wir feststellen konnten, auch nicht dem tatsächlichen arithmetischen Mittel $Y_e = 18\ 854$. Es stellt jedoch einen brauchbaren Schätzwert dar.

Wie wir später im einzelnen sehen werden, ist es möglich, Wahrscheinlichkeitsaussagen über die Lage des arithmetischen Mittels vorzunehmen. In unserem Fall beispielsweise läßt sich berechnen, daß das arithmetische Mittel mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 Prozent in das Intervall $18\ 819 \pm 852$ fällt.¹ Wenn solche Methoden zur Verfügung stehen, ist es einleuchtend, daß auch mit pseudoinduktiven Verfahren Einsichten gewonnen werden können, die die Kenntnisse über die Strukturbestandteile eines Systems erhöhen.

1.6.3. Simulation, Simulationsexperiment und Modellexperiment als Erschließungsmethoden von Modellimplikationen

Beim Studium der Literatur über dynamische Modelle stößt man oft auf die Begriffe 'Simulation', 'Simulationsexperiment' und 'Modellexperi-

¹ Siehe Seite 392

ment', die von vielen Autoren mehr oder minder deutlich als eine Methode zur Erschließung von Modellimplikationen verstanden werden.

Wir wollen uns im folgenden den Deutungsmöglichkeiten dieser Begriffe zuwenden und dabei der Frage nachgehen, in welchem Umfang es die gewonnenen Begriffsauslegungen erlauben, von einer Erschließungsmethode zu sprechen.

A. Begriffliche Deutung der Terme 'Simulation', 'Simulationsexperiment', 'Modellexperiment' und ihre Beurteilung als Erschließungsmethode

Die weiteste begriffliche Auslegung versteht unter Simulation die an einer Zielfunktion ausgerichtete sukzessive Variation eines dynamischen Modells. Manche Autoren sprechen generell dann von Simulation, wenn die sukzessive Variation anhand nicht zwingend optimaler Suchverfahren (unter Anwendung eines Rechners) erfolgt. In dieser Deutung erweist sich die Simulation als der Vorgang einer normativ ausgerichteten Modifizierung eines dynamischen Modells.

Die zweite Verwendungsweise versteht unter Simulation die Ermittlung des Zeitpfades einer oder mehrerer endogener Variablen eines parametrisch-singulären Modells. Simulation wird in diesem Fall als der Rechenablauf zur Bestimmung der singulären Implikation in Form des Zeityerlaufes bestimmter endogener Variablen aufgefaßt.

Die dritte Verwendungsweise des Simulationsbegriffes geht über die ausschließliche Ermittlung von Zeitpfaden hinaus. Ziel einer Simulation ist es in diesem Fall, mit Hilfe der Bestimmung einer endlichen Anzahl von singulären Implikationen zu bestimmten generellen Implikationen zu gelangen.

Hierzu sei an das Beispiel zur Stützung der Implikation: 'Das System besitzt globale Stabilität', erinnert. Aufgrund der Feststellung, daß eine große Anzahl von Parametervariationen eines Modells zu der singulären Implikation 'lokale Stabilität' führen, wird auf die generelle Implikation einer globalen Systemstabilität geschlossen.

In ähnlicher Weise lassen sich aneinander anknüpfende Simulationen zur Untersuchung der Sensitivität bestimmter Parameter interpretieren, da sie zur Stützung bestimmter qualitativer Aussagen über das Systemver-

halten führen. Ein Beispiel hierfür bietet etwa die Aussage: 'Das System reagiert bei einer gleichzeitigen Erhöhung der Parameter α und β außerordentlich stark'. Dieser Satz repräsentiert eine unscharfe ge-

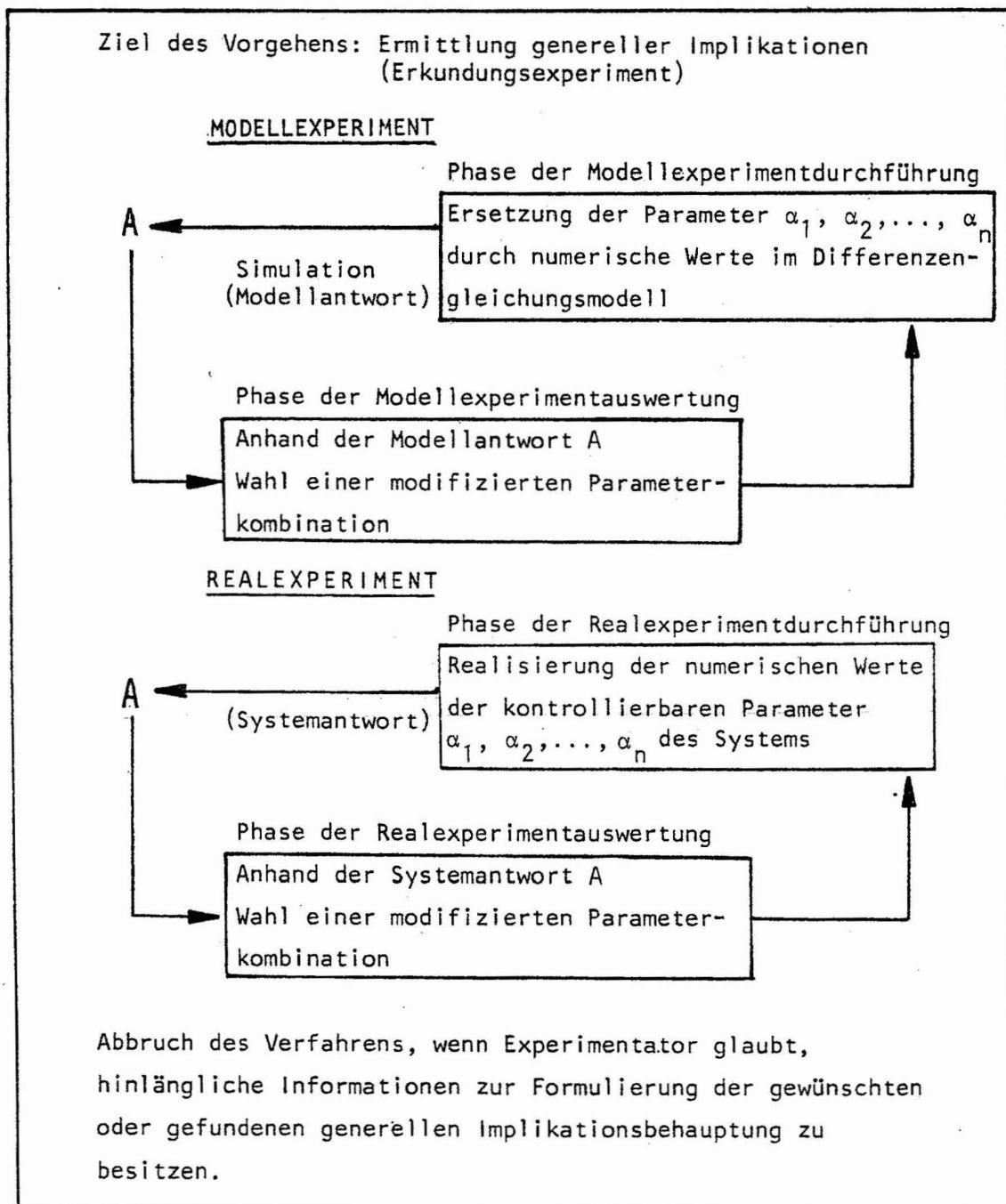


Abb. 16.1 Darstellung des methodisch analogen Vorgehens in Real- und Modellexperimenten

nerelle Implikationenbehauptung, da es sich um eine Aussage über eine (nicht klar abgegrenzte) Menge verschiedener Modellalternativen handelt. Das beschriebene Verfahren zeigt eine große Ähnlichkeit mit der Durchführung von Experimenten an realen Systemen. Die bestehende Analogie des Vorgehens kommt in den Schemata der Abbildung 16.1 zum Ausdruck.

Im Sinne der hier deutlich werdenden methodischen Analogie zwischen Modell- und Systemuntersuchung bezeichnet man heute die durch das Schema gekennzeichnete Art der Modelluntersuchung auch als Modellexperiment oder noch spezifischer als Simulationsexperiment.

In der dritten Verwendungsweise entspricht der Begriff der Simulation daher den Begriffen eines Simulations- oder Modellexperiments. In dieser Deutung erweist sich die Simulation als die Realisierung pseudoinduktiver Methoden zur Gewinnung genereller Modellimplikationen.

Im folgenden soll von der zweiten Deutungsweise ausgegangen werden, d.h. unter Simulation wird die numerisch konkrete Bestimmung des Zeitverlaufes der endogenen Variablen eines Modells mit Hilfe eines Rechners verstanden. Im Falle der dritten Deutung werden ausschließlich die Begriffe Modell- oder Simulationsexperiment gebraucht.

B. Verwendbarkeit realexperimenteller Verfahren als Erschließungsmethode von Modellimplikationen

In diesem Abschnitt sollen die Grundzüge der sogenannten 'Theorie der Versuchsplanung' entwickelt werden. Auf dieser Basis wollen wir der Frage nachgehen, ob die dort entwickelte Methodik in analoger Weise im Rahmen von Modellexperimenten zur Bestimmung genereller Modellimplikationen anwendbar ist.

a) Methoden der Planung und Auswertung von Realexperimenten

Wir wenden uns zunächst dem im Rahmen einer Versuchsplanung verwendeten Begriffssystem zu.

Das Ergebnis eines realen Experiments ist die Reaktionsgröße A. Die Größen, welche in einem Realexperiment systematisch variiert werden,

bezeichnet man als Faktoren. Die Ausprägung eines Faktors wird als sein Niveau bezeichnet. Die Gesamtheit aller möglichen Niveaus wird durch den sogenannten Faktorraum beschrieben. Jede Niveaukombination repräsentiert einen Punkt dieses Raumes. Die Wahl einer Niveaukombination führt damit zu einer Systemantwort oder -reaktion in Form der Reaktionsgröße A.

Als Reaktionsoberfläche bezeichnet man die bestehende Verknüpfung zwischen der Reaktionsgröße A und den durch den Faktorraum repräsentierten Niveaukombinationen. Sind die Faktoren durch metrische Größen beschreibbar, so kann diesem Begriff im Falle von zwei Faktoren eine inhaltliche Deutung gegeben werden: In einem dreidimensionalen Koordinatensystem lassen sich die über den zwei Faktoren angeordneten Werte von A als ein flächenhaftes Gebilde, d.h. die Reaktionsoberfläche, auffassen.

Wenn die Faktoren eines Experiments durch reelle Zahlen beschrieben werden können, dann ist es üblich zur Ermittlung ihrer Einflußstärke von einer bestimmten stochastischen A-priori-Hypothese auszugehen.

Im Falle zweier Faktoren α_1 und α_2 wird der Ansatz

$$A = \Delta_1\alpha_1 + \Delta_2\alpha_2 + \Delta_3\alpha_1\alpha_2 + \epsilon \quad (16.1)$$

verwendet. ϵ soll hierbei eine stochastische Variable mit dem Erwartungswert Null repräsentieren.

Im vorliegenden Fall schätzt man anhand der durch Experimente ermittelten Werte von A, α_1 und α_2 die Parameter Δ_1 bis Δ_3 . Unter der Voraussetzung, daß die A-priori-Hypothese gilt, kann man zu einer Aussage über die Faktoreneffekte gelangen.

Die geschätzten Parameter $\hat{\Delta}_1$ und $\hat{\Delta}_2$ können als Maßgrößen des Haupteffektes der Faktoren α_1 bzw. α_2 angesehen werden, während $\hat{\Delta}_3$ die Stärke des Interaktionseffektes zum Ausdruck bringt. Da die geschätzten Parameter aber keinen sicheren Rückschluß auf die tatsächlichen Parameter erlauben, ist es auch üblich, unter Vorgabe einer bestimmten Sicherheitswahrscheinlichkeit die Hypothese zu prüfen, ob einer der Parameter Null ist oder nicht. Hängt das Experiment von drei Faktoren ab, so wird der Ansatz

$$A = \Delta_1\alpha_1 + \Delta_2\alpha_2 + \Delta_3\alpha_3 + \Delta_4\alpha_1\alpha_2 + \Delta_5\alpha_1\alpha_3 + \Delta_6\alpha_2\alpha_3 + \\ + \Delta_7\alpha_1\alpha_2\alpha_3 + \varepsilon \quad (16.2)$$

verwendet.

Bei einer größeren Anzahl von Faktoren wird ein entsprechend erweiterter Ansatz gewählt. Derartige Ansätze sollen als Faktoreinflußpolynome bezeichnet werden.

Mit einer Versuchsplanung will man demnach herausfinden, ob die Variation eines Faktors das Versuchsergebnis A beeinflußt, und ob darüber hinaus Interaktionseffekte zwischen den Faktoren vorliegen. Als Maßgrößen für die Stärke dieser Effekte dienen die geschätzten Parameter $\hat{\Delta}_i$.

b) Übertragbarkeit realexperimenteller Planungs- und Auswertungsmethoden auf Modellexperimente

Die geschilderte 'Theorie der Versuchsplanung' setzt voraus,

- (1) daß sich bestimmte Faktoren $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ identifizieren und experimentell variieren lassen,
- (2) daß eine Reaktionsgröße A definiert wird und
- (3) daß ein stochastischer Prozeß vorliegt, der durch ein Faktoreinflußpolynom beschrieben werden kann.

Versuchen wir diese Begriffsbildungen und Annahmen auf ein Modell zur Durchführung eines analogen Modellexperimentes zu übertragen. Die Faktoren $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ in einem Realexperiment entsprechen bestimmten Parametern eines Modells. Wie in einem Realexperiment die Faktoren variiert werden, so können diese Parameter im Rahmen verschiedener Simulationen verändert werden. Hier ist eine Korrespondenz gegeben.

Bezüglich der Wahl einer Reaktionsgröße A zeigt es sich aber, daß nicht jede wünschenswerte singuläre Implikation eines Modells als Reaktionsgröße interpretiert werden kann.

Bei dynamischen Modellen kann man zwischen zwei Arten von singulären Implikationen unterscheiden: den Zahlenwert- und den Zahlenfolgeimplikationen.

Eine Zahlenwertimplikation ist eine einzelne empirisch interpretier-

te Zahl wie beispielsweise der numerische Wert eines Systemmultiplikators.² Eine Zahlenfolgeimplikation dagegen repräsentiert eine Folge numerischer Werte; als Beispiel sei die Zeitreihe einer endogenen Variablen genannt.

Das im Rahmen der Versuchsplanung verwendete Begriffssystem geht davon aus, daß eine sogenannte Reaktionsgröße stets durch eine Maßzahl beschrieben werden kann. Diese Einschränkung, die sich historisch aus der Annahme ausschließlich statischer Modelle erklärt, muß bei der Übertragung der Begriffsanwendung in den Bereich der Modellexperimente beachtet werden, d.h. Zahlenfolgeimplikationen sind mit diesem begrifflichen Konzept nicht faßbar.

Die dritte Voraussetzung besagt, daß die Existenz eines stochastischen Prozesses unterstellt wird, der durch ein bestimmtes Faktoreinflußpolynom beschrieben werden kann. Diese Annahme ist im Falle deterministischer Modelle nicht zutreffend, denn die Wiederholung eines Experimentes führt in diesem Fall stets zu einer identischen Reaktionsgröße A.

Wenn unter Variation der Parameter eines deterministischen Modells 'Beobachtungswerte' von A gewonnen werden und mit diesen die Parameter der Faktorpolynomfunktion geschätzt werden, dann handelt es sich nur noch begrenzt um die analoge Anwendung einer Methodik der Versuchsplanung. Schätzt man die Parameter einer vorgesehenen Faktorpolynomfunktion in diesem Fall nach der Methode der kleinsten Quadrate, so läßt sich dieser Vorgang so deuten: ein unbekannter funktionaler Zusammenhang zwischen einer abhängigen Variablen A und den unabhängigen Variablen $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ soll durch eine Polynomfunktion approximiert werden. Unter der Voraussetzung, daß die Approximation gelingt, können die berechneten Parameter $\hat{\Delta}_i$ als Maßgrößen der isolierten und interaktiven Parametereinflüsse angesehen werden. Das ermittelte Faktoreinflußpolynom ist hierbei als eine generelle Implikation des untersuchten Modells aufzufassen, weil es eine Aussage über den Einfluß einer Menge alternativer Parameterkombinationen auf die Systemantwort A liefert.

Betrachten wir beispielsweise die Endgleichung eines MA-Modells

² Zum Begriff siehe Seite 210

$$Y(t) = (\alpha + \alpha\beta)Y(t-1) - \alpha\beta Y(t-2) + 2000 \quad Y(0)=Y(1)=10\ 000$$

und wählen als Reaktionsgröße A

$$A = \sum_{t=0}^{10} Y(t)$$

Nehmen wir weiter an, daß die Parameter α und β dem Bereich $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 0,75$ entstammen sollen. Unter diesen Bedingungen wurden durch Zufallsauswahl fünfzig Kombinationen von α und β bestimmt und die entsprechenden Größen für A ermittelt. Eine Kleinstquadratschätzung nach (16.1) ergab die Parameterwerte (mit $\alpha=\alpha_1$ und $\beta=\alpha_2$)

$$\Delta_0 = 19,164, \Delta_1 = 136,768, \Delta_2 = -101,845 \text{ und } \Delta_3 = 159,092$$

Als Maßgröße für den Approximationsgrad kann das Bestimmtheitsmaß R^2 verwendet werden, welches Werte zwischen 0 und 1 annimmt. Im Falle $R^2=1$ würden in unserem Beispiel alle simulierten Werte von A durch das Polynom beschrieben. Da sich R^2 nur auf 0,73 belief, dürfte im angeführten Fall eine ausreichende Approximation nicht gegeben sein. Da es möglich ist, den durch das Modell bestimmten Zusammenhang zwischen A und den Faktoren α und β aus dem MA-Modell deduktiv abzuleiten, ist es von Interesse, welche Beziehung zwischen A einerseits sowie α und β andererseits tatsächlich zum Tragen kommt. Der genaue Zusammenhang wird durch die folgende funktionale Verknüpfung beschrieben.³

$$A = \frac{1}{2} c_1 \sum_{t=0}^{10} \left(\alpha + \alpha\beta - \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta} \right)^t + \\ + \frac{1}{2} c_2 \sum_{t=0}^{10} \left(\alpha + \alpha\beta + \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta} \right)^t + \frac{2000}{1-\alpha}$$

mit:

$$c_1 = \frac{\frac{1}{2} \left(10\ 000 - \frac{2000}{1-\alpha} \right) \left(\alpha + \alpha\beta + \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta} \right)}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta}} - 10\ 000 + \frac{2000}{1-\alpha}$$

$$c_2 = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{2000}{1-\alpha} - 10\ 000 \right) \left(\alpha + \alpha\beta - \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta} \right) + 10\ 000 - \frac{2000}{1-\alpha}}{\sqrt{\alpha^2 + 2\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta^2 - 4\alpha\beta}}$$

Die Feststellung, daß eine große formale Ähnlichkeit mit dem Ansatz

³ Zum Berechnungsverfahren siehe Seite 194f.

(16.1) nicht vorliegt, berechtigt indessen nicht zu dem Schluß, das unterstellte Faktoreinflußpolynom sei für eine Schätzung ungeeignet. Als maßgebendes Kriterium für die Akzeptierbarkeit der Approximation dient im Falle deterministischer Modelle allein das Bestimmtheitsmaß. Im Falle eines stochastischen Modells wird von der Annahme ausgegangen, daß dieses durch ein stochastisches Faktoreinflußpolynom annähernd approximiert werden kann. Mit Hilfe bestimmter statistischer Tests kann überprüft werden, ob die in der A-priori-Hypothese zum Ausdruck kommenden Annahmen akzeptabel sind. Die Anwendung statistischer Tests in Form von F- oder t-Tests erlaubt, wie schon erwähnt, die Gewinnung einer Wahrscheinlichkeitsausage, daß einer der Parameter Δ der Hypothese Null sei.

Die Frage nach der Existenz einer Nullhypothese läuft auf die Frage hinaus, ob ein Parameter überhaupt einen isolierten oder interaktiven Einfluß hat. Diese Frage stellt sich beim Vorliegen eines dynamischen Modells nicht, da man aus der Modellstruktur des primären Ansatzes stets das Vorliegen derartiger Einflüsse erkennen kann.

Mit wachsender Zahl der in die A-priori-Hypothese eingehenden Parameter nimmt der mit einer Kleinstquadratschätzung verbundene Aufwand überproportional zu. Bei n Parametern sind im Rahmen einer polynomen Regression $2^n - 1$ Variablen zu definieren. Das Schätzprogramm des SPSS-Programmpaketes beispielsweise gestattet die Berücksichtigung von maximal 100 Variablen, so daß im Höchstfall sechs Parameter untersucht werden können.⁴

Nach Kenntnis des Autors wurde eine Versuchsplanung an einem großen stochastischen Simulationsmodell bisher nur von BONINI durchgeführt, der den Einfluß von acht Faktoren mit jeweils zwei Ausprägungsmöglichkeiten untersuchte [20, S.89ff]. Er praktizierte hierbei ein als fraktionierte Versuchsplanung bezeichnetes Verfahren, welches es gestattet, die Anzahl der zur Feststellung der Effekte notwendigen Reaktionswerte von A zu reduzieren.⁵ Die Anwendung dieses Verfahrens basiert allerdings auf der stillschweigenden Annahme des Fehlens von Interaktionseffekten, eine Unterstellung, die bei dynamischen Modellen nicht unproblematisch ist.

⁴ SPSS (Statistical Package for the Social Sciences)

⁵ Zum Verfahren der fraktionierten Versuchsauswertung siehe [109, S.287ff]

1.7. Gewinnung und Überprüfung dynamischer Modelle

Die bisherige Betrachtung führte vom Aufbau dynamischer Modelle zu ihren Implikationen sowie den Methoden, mit welchen Implikationen aus dynamischen Modellen erschlossen werden können. Die Relevanz dieser Ausführungen wird entscheidend von der Frage beeinflußt, ob es möglich und auch wahrscheinlich ist, in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften empirisch akzeptable dynamische Modelle zu entwickeln. Die Probleme der Gewinnung und empirischen Überprüfung dynamischer Modelle sind Gegenstand dieses Abschnittes.

1.7.1. Gewinnung dynamischer Hypothesen

Die Gewinnung realitätsnaher Hypothesen stellt heute das Hauptproblem jeder dynamischen Modellentwicklung dar. Es liegt die Frage nahe, ob sich nicht ein Verfahren finden läßt, das in verbindlicher Weise einen Weg zur Gewinnung derartiger Hypothesen vorschreibt. Gäbe es ein solches Verfahren, so wäre das Problem der Hypothesengewinnung gelöst, denn seine konsequente Befolgung würde zu den gewünschten Hypothesen führen. Ein solches Hypothesengewinnungsverfahren kann offenbar nur darauf ausgerichtet sein, aus den vorhandenen Beobachtungswerten eines bestimmten Gegenstandsbereiches mit Hilfe einer eindeutigen Vorschrift zu den Hypothesen zu gelangen, die diese Beobachtungswerte 'erzeugt' haben. Bisher ist es nicht gelungen, ein derartiges zwingendes Verfahren zu entwickeln, und viele Wissenschaftstheoretiker sind der Auffassung, daß dies aus prinzipiellen Gründen auch in Zukunft nicht möglich sein wird. Denn die Gewinnung eines derartigen Verfahrens liefe auf die Lösung des sogenannten Induktionsproblems hinaus. Aus diesem Grunde ist die Entwicklung erfolgreicher Hypothesen weitgehend dem Gespür eines Wissenschaftlers überlassen.

Wenn es auch kein verbindliches Hypothesengewinnungsverfahren gibt, so lassen sich jedoch im Bereich stochastischer Hypothesen bestimmte Verfahren aufzeigen, die - unter Vorbehalt - als Hypothesengewinnungsverfahren anzusehen sind. Der folgende Abschnitt geht insbesondere

auf diejenigen Verfahren stärker ein, die zum etablierten Bestand der statistischen Schätztheorie gehören. Da wir uns ausschließlich mit metrisch-dynamischen Modellen beschäftigen, verengt sich unsere Betrachtung auf den als Ökonometrie bezeichneten Teilbereich der statistischen Schätztheorie.

Die folgenden Ausführungen können und sollen keinesfalls die umfangreiche Standardwerke füllenden Verfahren der Ökonometrie wiedergeben. Es geht allein darum, dem Leser einen ersten intuitiven Eindruck von den Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung statistischer Schätzverfahren zu vermitteln.

A. Gewinnung stochastischer Hypothesen

Stochastische Hypothesen lassen sich in parametrisch-singuläre und parametrisch-generelle Hypothesen einteilen. [Vgl. S. 39f.]

Die stochastische Hypothese

$$Y(t) = 0,5Y(t-1) + \varepsilon(t) \quad \varepsilon(t) \in NV(0,10) \quad (17.1)$$

ist beispielsweise parametrisch-singulär, denn sämtliche Parameter sind numerisch bestimmt. Die Hypothese

$$Y(t) = aY(t-1) + \varepsilon(t) \quad a > 0 \quad \varepsilon(t) \in NV(0,\sigma) \quad (17.2)$$

dagegen ist eine parametrisch-generelle Hypothese, weil die Parameter a und σ unterschiedliche numerische Werte annehmen können.

Die Gewinnung stochastischer Hypothesen vollzieht sich im allgemeinen zweistufig: Im ersten Schritt wird eine numerisch unbestimmte Hypothese zur Beschreibung eines konkreten Sachverhaltes formuliert, deren Parameter in einem zweiten Schritt anhand der vorliegenden Beobachtungswerte numerisch spezifiziert werden. Die parametrisch-generelle stochastische Hypothese wird daher in eine parametrisch-singuläre Hypothese überführt. Hinter der Formulierung 'überführt' verbirgt sich dabei das bereits angesprochene Hypothesengewinnungsverfahren.

Angenommen, ein Modellentwickler findet aufgrund bestimmter Überlegungen, daß die Hypothese (17.2) gelten solle, dann bedeutet dies: das vorliegende System wird durch eine Hypothese beschrieben, die sich aus der zahlenmäßigen Konkretisierung der Parameter a und σ ergibt. Hypothese (17.2) besagt damit: die zur Beschreibung des Systems in Frage kommende numerisch bestimmte Hypothese entstammt stets der durch den Ausdruck (17.2) zugelassenen Hypothesenmenge. Der Schritt zur Gewinnung einer numerisch bestimmten Hypothese versucht aus dieser Hypothesenmenge die Hypothese herauszusuchen, der, angesichts der vorgegebenen Beobachtungen, die größte Vorziehenswürdigkeit zukommt. So wäre es beispielsweise denkbar, daß sich im Lichte bestimmter Beobachtungswerte die parametrisch-singuläre Hypothese (17.1) unter den durch (17.2) beschriebenen Alternativhypotesen als am vorziehenswürdigsten erweist. Ein Hypothesengewinnungsverfahren liegt insofern vor, als im Rahmen einer rational begründbaren Methode eine der alternativen Hypothesen zur weiteren Verwendung ausgewählt wird. Diese erste grobe Kennzeichnung dürfte schon deutlich machen, daß die Konkretisierung des angedeuteten Verfahrens zu zwei Problemen führt. Das erste Problem läßt sich durch die Frage charakterisieren, ob eine von vornherein getroffene Begrenzung auf eine Teilmenge von Alternativhypotesen nicht zu einer unzulässigen Aussperrung anderer stochastischer Hypothesen führt.

Das zweite Problem knüpft an das Kriterium der Vorziehenswürdigkeit alternativer Hypothesen an: es stellt sich die Frage, ob es ein sinnvolles und berechenbares Maß der Vorziehenswürdigkeit gibt.

Hierzu sei folgende Überlegung vorgenommen: Unterstellen wir für die parametrisch-generelle Hypothese (17.2), daß bezüglich der Variablen Y die Beobachtungen aus p Perioden $Y^*(1), Y^*(2), \dots, Y^*(p)$ vorliegen, so kann eine Schätzung des Parameters a in (17.2), deren Wert durch \tilde{a} gekennzeichnet wird, durch die unspezifische Beziehung

$$\tilde{a} = F[Y^*(1), Y^*(2), \dots, Y^*(p)] \quad (17.3)$$

beschrieben werden.

Diese Beziehung bringt nur zum Ausdruck, daß der Schätzwert von a

durch eine funktionale Verknüpfung der Beobachtungswerte $Y^*(1), Y^*(2), \dots, Y^*(p)$ zustande kommt. Die Frage nach der Vorziehenswürdigkeit alternativer numerischer Konkretisierungen des Parameters a kann damit in die Frage überführt werden, welche der funktionalen Verknüpfungsformen $F[\dots]$ zur 'besten' Schätzung von a führt.

Bevor wir dieser Frage weiter nachgehen, müssen wir uns klarmachen, daß die Beobachtungswerte $Y^*(1), Y^*(2), \dots, Y^*(p)$ stochastische Variablen sind, da sie sich ja voraussetzungsgemäß als eine Stichprobe aus einer der in (17.2) beschriebenen statistischen Hypothesen interpretieren lassen. Wenn diese Beobachtungswerte sich jedoch als Stichproben eines Zufallsprozesses deuten lassen, so ist aufgrund der eindeutigen funktionalen Verknüpfung (17.3) der Schätzwert \tilde{a} ebenfalls eine stochastische Variable, die sich mit Hilfe einer Verteilungsfunktion beschreiben läßt. Sind also die numerischen Werte der Parameter a und σ in (17.2) und die konkrete Form der Schätzfunktion (17.3) bekannt, dann ist es prinzipiell möglich, die Verteilungsfunktion des Schätzwertes \tilde{a} zu ermitteln. Der Verlauf dieser Schätzwertverteilungsfunktion \tilde{a} im Verhältnis zu dem tatsächlichen Parameter a kann als Kriterium für die Vorziehenswürdigkeit verschiedener Funktionsformen $F[\dots]$ verwendet werden.

Ein Beurteilungskriterium für die Güte einer Schätzfunktion ist ihre Verzerrung. Hierunter versteht man die Differenz zwischen dem Erwartungswert der Verteilungsfunktion von \tilde{a} und dem tatsächlichen Parameter a , d.h.

$$\text{Verzerrung} = E(\tilde{a}) - a$$

Eine Schätzfunktion wird als unverzerrt bezeichnet, wenn ihre Verzerrung Null ist. Einen solchen Fall beschreibt der linke Teil der Abbildung 17.1, während im rechten Teil zwischen dem Parameter a und $E(\tilde{a})$ eine Abweichung, d.h. eine Verzerrung besteht.

Ein weiteres Kriterium für die Güte der Schätzfunktion ist die Varianz der Parameterschätzverteilung. Ist eine Schätzfunktion verzerrungsfrei, dann ist es erstrebenswert, daß sie darüber hinaus auch noch eine möglichst geringe Varianz besitzt. In Abbildung 17.2 sind

zwei unverzerrte Schätzfunktionen mit differierender Varianz angeführt.

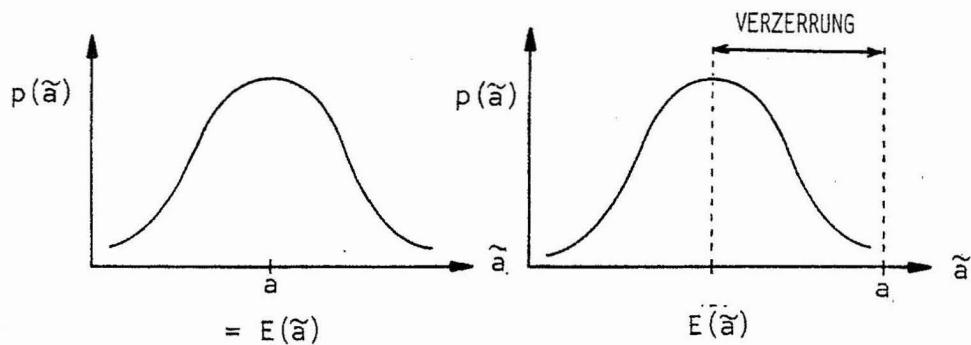


Abb. 17.1 Schätzverteilung des Parameters a mit und ohne Verzerrung

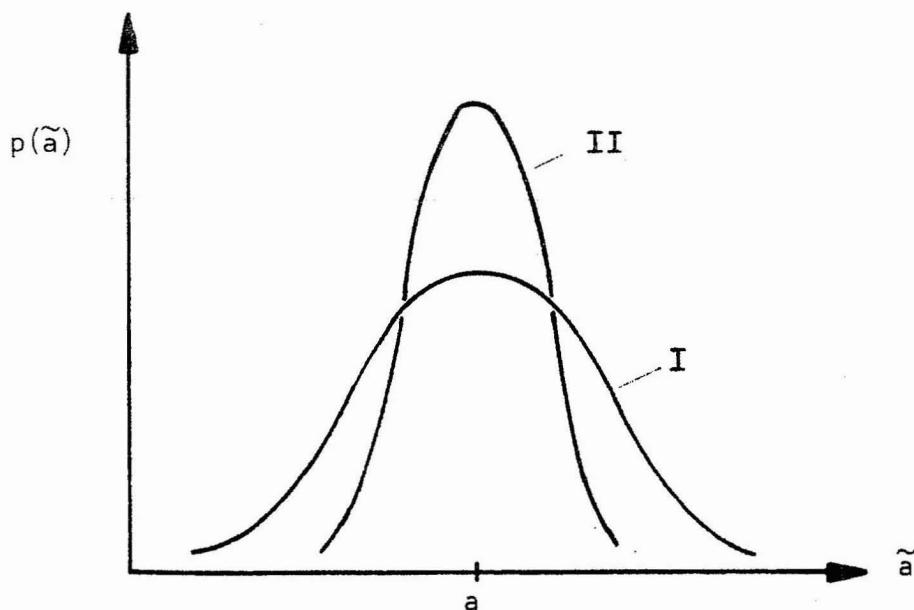


Abb. 17.2 Unverzerrte Schätzverteilungen des Parameters a mit verschiedenen Varianzen

Es leuchtet ein, daß die Schätzverteilung II der Schätzverteilung I vorzuziehen ist, weil die Realisationen von \tilde{a} dichter um den tatsäch-

lichen Parameterwert a gelagert sind.

Es liegt nahe, unter allen verfügbaren Schätzfunktionen diejenige auszuwählen, die zum einen verzerrungsfrei ist und darüber hinaus auch die geringste Varianz aufweist. Eine Schätzfunktion, die diese Eigenschaften besitzt, wird als effiziente Schätzfunktion bezeichnet. Die Frage nach der Vorziehenswürdigkeit bestimmter Alternativhypothesen läuft daher auf die Wahl einer effizienten Schätzfunktion $F[\dots]$ hinaus.

Legt man die Menge aller linearen Schätzfunktionen zugrunde, so kann gezeigt werden, daß die Anwendung der bekannten Parameterschätzmethoden der kleinsten Quadrate zu einer effizienten Schätzung führt.¹ Dieser mathematisch einfache und erstrebenswerte Fall liegt jedoch nur dann vor, wenn die parametrisch-generelle stochastische Hypothese bestimmte (klassische) Annahmen erfüllt. Diese Annahmen sind:

Erstens: ϵ ist eine Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von Null.

Zweitens: Die Varianz von ϵ ist in jeder Periode unverändert.

Drittens: Die Realisation der Zufallsvariablen ϵ ist in den einzelnen Perioden stochastisch unabhängig. Dies bedeutet, daß die Realisation von ϵ in einer Periode unabhängig ist von der Realisation von ϵ in den vorangegangenen Perioden.

Viertens: Die Zufallsvariable ϵ wird nicht von den vorherbestimmten Variablen beeinflußt. Hiermit wird zum Ausdruck gebracht, daß zwischen den Schockvariablen und den vorherbestimmten Variablen keine Beziehungen bestehen. Exakter ausgedrückt setzt dieses voraus, daß die Kovarianzen zwischen $\epsilon(t)$ und den vorherbestimmten Variablen Null sein müssen.²

Falls eine dieser Annahmen verletzt wird, führt dies dazu, daß die Effizienz der Schätzfunktion nicht mehr gewährleistet ist. Über die erwähnten Annahmen hinausgehend, wird meistens unterstellt, daß die stochastische Variable ϵ durch eine Normalverteilung beschrieben werden kann. Unter dieser Voraussetzung läßt sich zeigen, daß die Ver-

¹ Zum Beweis siehe [201, S. 119f]

² Zu einer detaillierten Darstellung dieser Voraussetzungen siehe [201, S. 106ff]

teilungsfunktion der Parameterschätzwerte (in unserem Beispiel \tilde{a}) ebenfalls normalverteilt ist. Dieser Umstand wiederum ermöglicht es, Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Bereich vorzunehmen, in dem die tatsächlichen Parameter (in unserem Beispiel a) auftreten. Zahlenmäßig exakte Aussagen über die Beziehung zwischen Schätzwert und tatsächlichem Parameterwert liefern der sogenannte t-Test und der Standardfehler test.³

Die 'Strammheit' des funktionalen Zusammenhangs zwischen der endogenen unverzögerten Variablen und den vorherbestimmten Variablen einer Hypothese wird durch das Bestimmtheitsmaß zum Ausdruck gebracht.

Weil man zur Durchführung einer effizienten Schätzung im Rahmen der Kleinstquadratmethode von den erwähnten Annahmen bezüglich der Hypothesenstruktur ausgeht, stehen bestimmte Tests zur Verfügung, mit denen man überprüfen kann, ob die unterstellten Annahmen auch tatsächlich zutreffen. Diese statistischen Tests, die in den einschlägigen ökonometrischen Publikationen eingehend diskutiert werden, zeichnen sich jedoch dadurch aus, daß bei der Durchführung solcher Tests von der Gültigkeit zumindest einer der anderen Annahmen ausgegangen wird. Dies führt letzten Endes zu einem Zirkel, der die Anwendung derartiger Annahmetests problematisch macht.

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate können auch die Parameter nichtlinearer Hypothesen geschätzt werden, wenn es gelingt, diese Hypothesen in eine lineare Form zu überführen.

Hierzu gehören die sogenannten Polynomhypothesen. Unterstellt man beispielsweise eine Hypothese der Form

$$Y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1x_2 + \epsilon$$

so erhält man mit der Definition

$$z_1 = x_1 \quad z_2 = x_2 \quad z_3 = x_1x_2$$

die lineare Funktion

$$Y = a_1z_1 + a_2z_2 + a_3z_3 + \epsilon$$

welche mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt werden kann.

³ Vgl. im einzelnen [201, S. 130ff.]

Die vorangegangenen Bemerkungen dienen ausschließlich einer ersten motivierenden Charakterisierung der Probleme, welche bei der Gewinnung stochastischer Hypothesen auftreten. Eine detaillierte Beschäftigung mit diesem Problemkomplex ist stets dann erforderlich, wenn man tatsächlich Parameterschätzungen vornehmen will. Schwierigkeiten entstehen insbesondere dann, wenn eine oder mehrere der für eine effiziente Kleinstquadratschätzung erforderlichen Annahmen verletzt sind. Dies ist beispielsweise bezüglich der dritten Annahme bei interdependenten Hypothesenmodellen der Fall.⁴

Unter diesen Umständen sind mathematisch aufwendigere Schätzverfahren erforderlich.

Vollzieht sich die statistische Schätzung jedoch im Rahmen der heute vielfach verwendeten rekursiven Modelle, so ist die praktische Durchführung von Kleinstquadratschätzungen, die Interpretation der Schätzergebnisse sowie die Anwendung von Tests zur Prämissenüberprüfung mit einer nur geringen Einarbeitungszeit verbunden.⁵ Denn die technische Durchführung des Schätzverfahrens und die Ermittlung der diversen statistischen Kenngrößen wird heute von entsprechenden computergestützten statistischen Programmsystemen wie beispielsweise SPSS oder TSP vorgenommen.⁶ Die Einarbeitungszeit zur instrumentellen Handhabung solcher Programmsysteme beträgt bei systematischer Anweisung nicht mehr als ein bis zwei Stunden. Dies setzt voraus, daß der Programmanwender in der Lage ist, die erhaltenen Informationen im Lichte der zugrunde liegenden Schätztheorie richtig zu interpretieren. Der nur von praktischen Zielen geleitete Anwender erhält eine für viele Probleme ausreichende Fundierung, wenn er die von umfassenden theoretischen Begründungen weitgehend freien Anwendungseinführungen in den entsprechenden Beschreibungen der EDV-Schätzprogramme liest.⁷

Abschließend soll unter Verwendung des statistischen Schätzsystems TSP die Durchführung einer Parameterschätzung an dem uns bereits be-

⁴ Näheres siehe Seite 323f.

⁵ Zum Aufbau rekursiver Modelle siehe Seite 316ff.

⁶ TSP (Time Series Processor)

⁷ Siehe zum Beispiel [148, S.320-397]

kannten Multiplikator-Akzeleratormodell vorgenommen werden. Im folgenden ist das TSP-Programm angeführt, mit welchem unter Vorgabe von 27 Beobachtungswerten für Y, C und I; anhand der parametrisch-generellen stochastischen Hypothesen

$$\begin{aligned}C(t) &= \alpha Y(t-1) + \varepsilon_1 \\I_i(t) &= \beta [C(t) - C(t-1)] + \varepsilon_2\end{aligned}$$

die Parameter für α und β geschätzt werden.

```

NAME D54MTSP;
LOAD;
SMPL 1 27;
GENR YLAG1=Y(-1);
GENR COLAG1=CO(-1);
GENR DCO=CO-COLAG1;
SMPL 2 27;
OLSQ CO YLAG1;
OLSQ II DCO;
STOP;
END;
SMPL 1 27;
LOAD Y;
8000,8860.3,9341.3,8932.2,8935.8,9801.3,10763,11322,11345,
12083,11917,10658,9779.4,9068.8,10223,10675,11209,11292,
12488,12947,12091,12321,13407,13510,12425,12126,12968;
LOAD CO;
7200,7387.2,7773.5,8083.2,8146.7,8273.5,8889,9766.8,10254,
10584,10689,10129,9530.2,8358.2,8534.3,9217.5,9934,9928.7,
10621,11395,11287,10827,11330,12032,11647,11004,11129;
LOAD II;
200,173.11,267.79,49.096,-10.92,27.79,374.2,855.26,390.44,
199.64,-71.831,-271.03,-550.8,-789.46,188.77,557.43,375.26,
-37.015,466.32,652.73,-96.779,-206.16,376.11,478.25,
-222.14,-577.37,139.05;
END;
```

Das gesamte TSP-Programm zerfällt in den Programmteil, der mit der Anweisung END schließt und dem sich daran anschließenden Datenteil. Die erste Zeile des Programmteils beginnt mit der Bezeichnung des Programmnamens D54MTSP, der sich die Anweisung LOAD zum Laden der Daten anschließt. Mit SMPL 1 27 wird die Anweisung gegeben, daß die Elemente 1 bis 27 der nachfolgend definierten Zeitreihen berücksichtigt werden sollen. Im Rahmen der drei Anweisungstypen GENR werden die um eine Periode verzögerten Variablen für das Volkseinkommen Y

und den Konsum C_0 definiert. Mit D_{C0} wird die Differenz $C(t) - C(t-1)$ definiert, welche zur Schätzung der Hypothese der induzierten Investitionen erforderlich ist.

SMPL 2 27 bewirkt bei der nachfolgenden Schätzung, daß die Beobachtung der (unverzögerten) erklärten Variablen $I_i(t)$ und $C(t)$ von der 2ten bis zur 27sten Periode zu berücksichtigen sind. Würden die Beobachtungswerte der ersten Periode zur Schätzung verwendet, dann müßten wegen $C(t-1)$ und $Y(t-1)$ als abhängige Variablen die Beobachtungswerte von $C(0)$ und $Y(0)$ zur Verfügung stehen. Da dies jedoch nicht der Fall ist, würde das Schätzprogramm die nicht spezifizierten Werte für $C(0)$ und $Y(0)$ Null setzen, was zu einer inkorrekt Schätzung führen würde.

Mit den Anweisungen, die durch OLSQ eingeleitet werden, wird eine Kleinstquadratschätzung gewünscht. Die diesem Aufruf folgende Variable ist stets die abhängige Variable, während die sich anschließenden Benennungen die unabhängigen Variablen bestimmen. Mit OLSQ CO YLAG1 wird die Konsumquote α der Konsumfunktion $C(t) = \alpha Y(t)$ geschätzt. In der nachfolgenden Anweisung wird analog zu dem Gesagten der Akzelerator im Rahmen der Hypothese einer induzierten Investition ermittelt. Die Anweisungen STOP und END schließen den Programmteil ab. Im Daten- teil sind die für Y , C_0 und I_1 gefundenen Beobachtungswerte angeführt.

Der unten angeführte Ausdruck liefert die für die Schätzung der ersten Gleichung, d.h. $C(t) = \alpha Y(t-1)$, relevanten Informationen.

EQUATION 1

ORDINARY LEAST SQUARES

RIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC	MEAN OF VARIABLE
YLAG1	0.898380	0.503069E-02	178.580	10981.6
NUMBER OF OBSERVATIONS	= 26			
LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION	= -183.287			
R-SQUARED	= 0.954991			
R-SQUARED ADJ.	= 0.953190			
DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR Ø GAPS)	= 1.98486			
DURBIN-WATSON STATISTIC 4TH ORDER (ADJ. FOR Ø GAPS)	= 1.81159			
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION	= 284.337			
SUM OF RESIDUALS	= 244.301			
SUM OF SQUARED RESIDUALS	= 0.202119E 07			

Der geschätzte Parameterwert für α beträgt 0,898. Die weiteren Angaben des Ausdruckes dienen vor allem der statistischen Beurteilung des Schätzergebnisses sowie der Dokumentation.

Eine Kommentierung der ausgegebenen statistischen Kennzahlen unterbleibt, weil in der vorangegangenen globalen Charakterisierung eines Parameterschätzverfahrens die entsprechende Basis für eine sinnvolle Interpretation nicht geschaffen wurde. Durch zusätzliche Programmanweisungen sind weitere Informationen zur Beurteilung des Schätzprozesses zu gewinnen.

In einem Modell, dessen Parameter ausschließlich statistisch geschätzt werden, treten nur Beobachtungsvariablen auf. Es liegt die Frage nahe, ob es denkbar ist, daß bei Anwendung von statistischen Schätzungen verschiedene miteinander konkurrierende dynamische Modelle durch die vorliegenden Beobachtungen in gleicher Weise gestützt und numerisch konkretisiert werden. Dies hätte zur Folge, daß allein mit Hilfe einer statistischen Schätzung nicht entschieden werden kann, welcher der konkurrierenden Hypothesen der Vorrang zu geben ist.

Ein solcher Fall von fünf konkurrierenden Investitionshypothesen wurde von BISCHOFF beschrieben. BISCHOFF schätzte anhand der in dem Zeitraum der Jahre 1968 bis Mitte 1970 angefallenen vierteljährlichen Beobachtungswerte fünf Hypothesen, die die Erklärung der US-Ausrüstungsinvestitionen zum Zweck haben.[18]

Diese konkurrierenden Hypothesen, in denen bestimmte theoretische Positionen zum Ausdruck kommen, sollen hier nicht näher spezifiziert werden. Abbildung 17.3 zeigt, daß die alternativen Hypothesen H_1 bis H_5 im Stützbereich der Schätzung sowohl untereinander als auch mit dem tatsächlichen Verlauf so stark übereinstimmen, daß sie im Rahmen des gewählten Maßstabes durch einen einzigen Kurvenverlauf repräsentiert werden können.

Im Prognosebereich besteht zwar bis auf Hypothese H_2 auch im ersten und zweiten Quartal 1971 eine Übereinstimmung; danach jedoch streben die Prognosen auseinander.

Da sämtliche Hypothesen die Vergangenheit, d.h. den Stützbereich, gut erklären, ist es nicht möglich, einem Modell eine höhere empirische

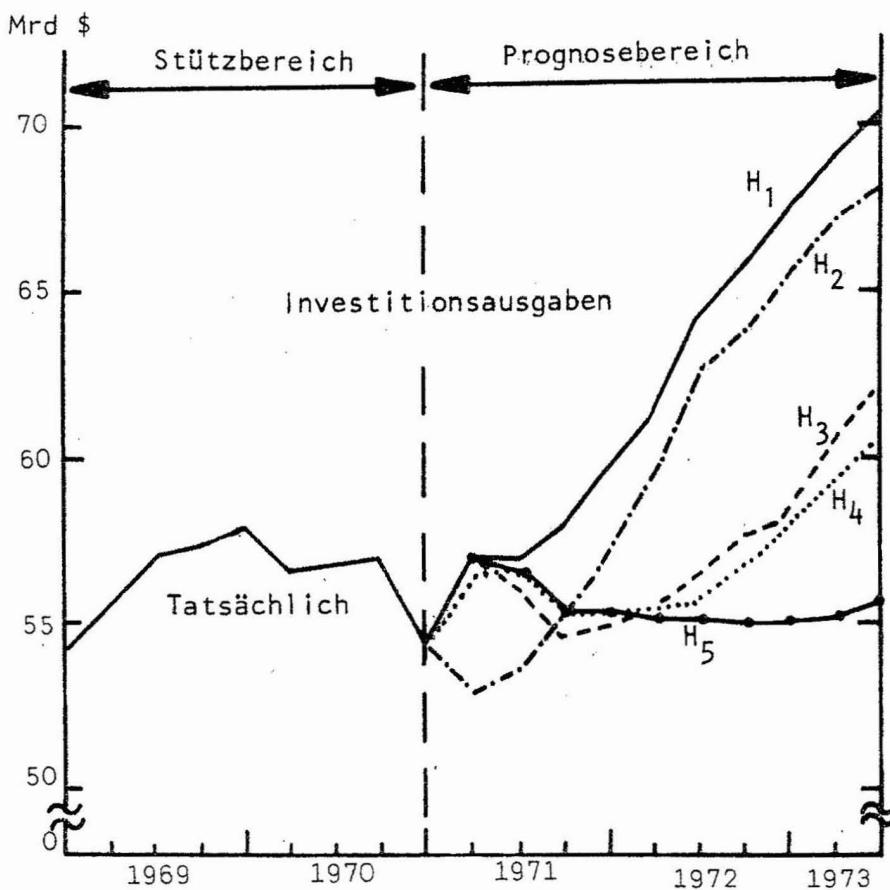


Abb. 17.3 Erklärung und Prognose der US-Ausrüstungsinvestitionen anhand von fünf konkurrierenden Hypothesen H_1 bis H_5 nach BISCHOFF

Bewährung zuzusprechen. In einer derartigen Situation stellt sich die Frage, welche der alternativen Investitionshypothesen H_1 bis H_5 nunmehr für die Durchführung einer anstehenden Prognose herangezogen werden soll. Gibt es kein Argument dafür, ein bestimmtes Modell vorzuziehen, dann kann jemand gerade das Modell auswählen, dessen Prognose seine Wunschvorstellungen entgegenkommt. Hier eröffnet sich die Möglichkeit einer von externen Zielen gelenkten Modellverwendung. Es ist wichtig zu erkennen, daß diese Möglichkeit einer Modellmanipulation zwar besteht, aber sie kann durch Einführung eines weiteren Hypothesenauszeichnungskriteriums ausgeräumt werden. Treten Fälle auf, daß Beobachtungsdaten verschiedene Erklärungsversuche gleich gut befriedigen, was im Wissenschaftsbetrieb durchaus nicht außergewöhnlich

ist, dann wird die Maxime praktiziert, aus den konkurrierenden Theorien die syntaktisch einfachere auszuwählen.

B. Gewinnung deterministischer Hypothesen

Während stochastische Hypothesen fast ausschließlich durch Parameterschätzungen auf der Grundlage gewisser A-priori-Annahmen gewonnen werden, läßt sich für die Aufstellung deterministischer Hypothesen kein dominierendes Verfahren angeben.

In einigen Fällen werden deterministische aus stochastischen Hypothesen abgeleitet; man kann dieses Verfahren als Hypothesendeterminierung bezeichnen. Im vorigen Abschnitt wurde die statistische Schätzung der Parameter der Endgleichung des Konsums C im Rahmen eines MA-Modells beschrieben. Es ergab sich die Beziehung

$$C(t) = 0,898Y(t-1) + \epsilon(t) \quad \epsilon \in V(\mu=0, \sigma=0,503)$$

Vernachlässigt man den Einfluß der stochastischen Variablen, dann erhält man die deterministische Hypothese

$$C(t) = 0,898Y(t-1)$$

Das Aufstellen von Hypothesen wird erleichtert, wenn es sich um kontrollierte Verhaltengleichungen handelt. Im Falle der bereits erwähnten kontrollierten Verhaltengleichung

$$W(t) = 0,05U(t-1) \quad W : \text{Werbeausgaben}$$

$U : \text{Umsatz}$

ist die Modellierung immer dann unproblematisch, wenn man weiß, daß die hier zum Ausdruck kommende Entscheidungsvorschrift exakt befolgt wird. In einzelbetrieblichen dynamischen Modellen nehmen kontrollierte Verhaltengleichungen (d.h. die Modellierung von Entscheidungsregeln) einen relativ großen Anteil ein.

Schließlich kann eine deterministische Hypothese auch durch die ausschließlich subjektive Einschätzung eines Fachmannes gewonnen werden. In diesem Fall soll von subjektiver Hypothesenschätzung gesprochen werden. Ein Unternehmer ist zum Beispiel gezwungen, bestimmte Vorstellungen über seine Absatzchancen, das Verhalten der Konkurrenz

und die Fertigungssituation zu entwickeln. Diese Vorstellungen, die bestimmte Hypothesen beinhalten, kann man zu explizieren versuchen und sie damit auch dem Unternehmer selbst klar vor Augen führen. Als einfachster Fall sei auf die Bestimmung der sogenannten Preis-Absatzfunktion verwiesen, die eine Wenn-Dann-Beziehung zwischen dem vom Unternehmen festgesetzten Preis und dem daraufhin erzielten Absatz zum Ausdruck bringt. Der Unternehmer wird aufgefordert, die Preis-Absatzfunktion anzugeben, die seiner Ansicht nach am wahrscheinlichsten ist.

Schätzt ein Unternehmer beispielsweise den in Abbildung 17.4 dargestellten Verlauf, so kann diese nichtlineare metrische Hypothese⁸ $M=F(p)$ als deterministische Hypothese verwendet werden.

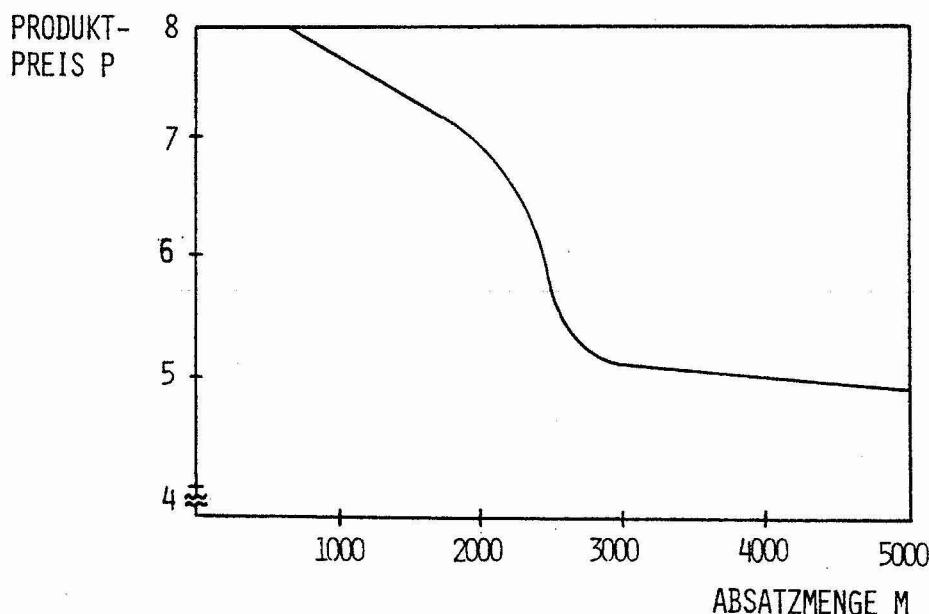


Abb. 17.4 Subjektive Schätzung einer Preis-Absatzfunktion durch einen Unternehmer als Grundlage der Gewinnung einer deterministischen Hypothese

⁸ Da sich diese nichtlineare Funktion nicht durch einen einfachen geschlossenen Formelausdruck beschreiben lässt, werden im Rahmen von Simulationssystemen sogenannte Tabellenfunktionen zu ihrer Darstellung verwendet. Siehe im einzelnen Seite 418f.

Zu einer dynamischen Hypothese führt folgendes Beispiel: Ein Vertriebsleiter kommt zu der Auffassung, daß der Umsatz im Falle einer Aussetzung der Werbung vierteljährlich um fünf Prozent zurückgeht, was durch die Hypothese

$$U(t) = 0,95U(t-1)$$

beschrieben wird.

1.7.2. Überprüfung dynamischer Hypothesen

Implikationen eines Modells sind Tatsachenbehauptungen, die nur dann aus logisch zwingenden Gründen als wahr zu akzeptieren sind, wenn auch ihre Prämissen als wahr akzeptiert werden. Die Prämissen sind aber der ursprüngliche Modellansatz. Liefert dieser keine adäquate Repräsentation des beschriebenen Systems, so sind differenzierte und anspruchsvolle Modellanalysen insofern gegenstandslos, als sie keinen Anspruch auf Gültigkeit besitzen. Diese Feststellung ist sehr wichtig, denn die Freude an dem machtvollen Instrumentarium zur Analyse dynamischer Modelle verschiebt oft die Gewichte zwischen den Aufgaben der empirischen Modellüberprüfung und der mathematischen Modellanalyse derart, daß die erste Aufgabe häufig souverän vernachlässigt wird. In vielen Lehrbüchern der Simulation dynamischer Systeme wird über die Modellüberprüfung kaum ein Wort verloren.

Die Worte SAMUELSONS aus den Anfangsjahren der Beschäftigung mit dynamischen Modellen in den Wirtschaftswissenschaften haben erst heute ihre volle Bedeutung erlangt. [172, S.374]

Dynamic process analysis is an enormously flexible mode of thought, both for pinning down the implications of various hypotheses and for investigating new possibilities. Actually it is so flexible a method that there are dangers involved in its use: the number of conceivable models is literally infinite and a lifetime may be spent in exploring possibilities furthermore, by supplying the proper stage directions at the proper time, we can specify any sort of a sequence development desired and may find, there is almost no empirical content in the theory being expounded.

Es ist nicht zu übersehen, daß die Modellüberprüfung den neuralgi-

schen Punkt jeder Anwendung dynamischer Modelle darstellt.

Drastisch formuliert gilt für jede Implikationenwürdigung der Satz:
Unsinn rein - Unsinn raus, selbst wenn der herausgehende Unsinn durch noch so komplizierte Methoden logisch korrekt ermittelt wurde.

So griffig solche Formeln auch sind, im konkreten Fall ist es dennoch schwierig, eine klare Abgrenzung zwischen Sinn und Unsinn oder, in gängiger Fachsprache, zwischen einem akzeptablen oder nicht akzeptablen Modell vorzunehmen. Mit kategorischen Klassifizierungen wie wahre oder falsche Systemrepräsentation kommt man nicht weiter.

Die Beurteilungsmaßstäbe zur Unterscheidung von akzeptablen und nicht akzeptablen Modellen lassen sich unter plausiblen Begründungen stets so weit verschärfen, daß kaum ein bekanntes sozialwissenschaftliches Modell mehr zur Gruppe der akzeptablen Modelle zählt.

Im folgenden geht es uns daher nicht darum, Grenzlinien zu ziehen, sondern die Probleme verschiedener Grenzziehungen zu diskutieren und ein konstruktives Problembewußtsein zu erzeugen.

Bei der Gültigkeitsprüfung von Hypothesen ist es irrelevant, nach ihrer Herkunft zu fragen. Ob jemandem eine Hypothese im Traum eingefallen ist (wie angeblich NEWTON), durch Analogien oder Verallgemeinerungen gewonnen wurde, sagt nichts über ihre Qualität aus. Entscheidend ist, ob sie der Konfrontation mit den Fakten standhält, d.h. sich bewährt.

Dynamische Hypothesen zählen zur Klasse der generellen Hypothesen:

Während in einer singulären Hypothese allein die Folgebeziehung zwischen zwei Ereignissen behauptet wird, so subsumiert eine generelle Hypothese potentiell unendlich viele singuläre Hypothesen.

Die Investitionshypothese des MA-Modells

$$I_i(t) = 0,5[C(t) - C(t-1)]$$

behauptet die Existenz einer Wenn-Dann-Beziehung für alle (potentiell unendlichen) Zeitperioden ($t=0,1,2,\dots$).

Daher kann die Akzeptierbarkeit einer generellen Hypothese nicht durch endlich viele Beobachtungen nachgewiesen werden. In strenger Auslegung des generellen Hypothesenbegriffs und mit zunehmender Zahl der die Hy-

pothese stützenden Beobachtungen kann man allenfalls sagen, daß sich eine generelle Hypothese bewährt.

A. Voraussetzungen der empirischen Hypothesenüberprüfung

Zu ihrer Gültigkeitsbeurteilung müssen Hypothesen mit den tatsächlichen Beobachtungen konfrontiert werden. Diese Forderung setzt jedoch drei weitere Forderungen voraus, ohne deren Vorliegen eine Hypothese von vornherein als unzulässig zurückgewiesen werden kann. Wir wollen diese Forderungen der Kürze halber als Forderungen nach logischer Konsistenz, nach Eindeutigkeit des Variablenverlaufes und nach definitiver Konsistenz bezeichnen.

a) Forderung nach logischer Konsistenz

Diese Forderung verlangt, daß in einem dynamischen Hypothesensystem keine logischen Widersprüche auftreten. Als triviales Beispiel sei darauf hingewiesen, daß keine endogene Variable zweimal definiert sein darf, oder eine endogene unverzögerte Variable sich neben weiteren Variablen nicht selbst definieren kann.

Weniger triviale Widersprüche können in größeren dynamischen Modellen bei der Festlegung der Anfangswerte auftreten.

Angenommen in dem MA-Modell

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(t) + I_i(t) + 500 \\ C(t) &= 0,3Y(t-1) \\ I_i(t) &= 2[C(t)-C(t-1)] \end{aligned}$$

seien die Anfangswerte $Y(0)=200$, $C(0)=50$ und $Y(1)=480$ gegeben, dann ist

$$Y(1) = I_i(1) + C(1) + 500$$

Mit

$$I_i(1) = 2[C(1)-C(0)]$$

sowie

$$C(1) = 0,3Y(0)$$

folgt aus der Gleichung für $Y(1)$:

$$Y(1) = 580$$

was zu einem Widerspruch mit dem ursprünglichen Anfangswert von $Y(1)=480$ führt.

Von den im zweiten Teil dieser Schrift behandelten Computersprachen zur Modellierung und Simulation dynamischer Systeme werden solche logischen Inkonsistenzen durch Fehlersuchroutinen erkannt, so daß ihre Beseitigung dann keine großen Probleme mehr aufwirft.

b) Forderung nach Eindeutigkeit des Variablenverlaufes

Ein dynamisches Modell liefert keine Informationen über den numerischen Verlauf seiner endogenen Variablen, wenn seine Parameter, Anfangswerte und Verläufe der exogenen Variablen nicht numerisch konkretisiert werden. In großen, dynamischen Modellen kommt es nicht selten vor, daß solche Konkretisierungen vergessen werden. Bei einer (heute fast ausschließlich üblichen) Formulierung des Modells in einer Programmiersprache werden derartige Unzulänglichkeiten durch die Fehlersuchroutinen dieser Programmiersprachen vollständig erkannt. Auch im Fall einer vollständigen numerischen Konkretisierung der vorherbestimmten Variablen kann es vorkommen, daß kein eindeutiger Zeitverlauf der endogenen Variablen bestimmt werden kann.

Betrachten wir beispielsweise das folgende dynamische Modell

$$\begin{aligned} 0,5Y_1(t) + 0,2Y_2(t) + 1,5Y_1(t-1) &= 0 \\ 0,8Y_1(t) + 0,32Y_2(t) + 2,3Y_2(t-1) &= 0 \end{aligned}$$

dann gibt es für jede Periode t unendlich viele Wertepaare von Y_1 und Y_2 , die das obige Gleichungssystem befriedigen. Die Lösung ist nicht eindeutig. Das Modell ist ohne weitere empirische Überprüfung aus Gründen mangelnder Eindeutigkeit abzulehnen. Bezeichnet man die Matrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

als Koeffizientenmatrix der unverzögert endogenen Variablen, so läßt sich zeigen, daß eine eindeutige Lösung nur dann auftritt, wenn die-

se Koeffizientenmatrix nicht singulär ist, d.h. ihre Determinante ungleich Null ist.⁹ Ist daher wie im vorliegenden Fall $a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}=0$, so liefert das Modell keinen eindeutigen endogenen Variablenverlauf. Da in der Wirklichkeit jedoch stets eindeutige Werte vorliegen, ist ein solcher Ansatz von vornherein zu verwerfen.

c) Forderung nach definitorischer Konsistenz

Eine weitere empirische Überprüfung erübrigt sich auch dann, wenn zwar ein eindeutiger Verlauf der endogenen Variablen vorliegt, die endogenen Variablen aber Werte annehmen, die sie aus definitorischen Gründen gar nicht annehmen können. Betrachten wir beispielsweise ein MA-Modell mit den Parametern

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(t) + I_i(t) + I_a(t) \\ C(t) &= 0,5Y(t-1) \\ I_i(t) &= 1,5[C(t)-C(t-1)] \\ I_a(t) &= 750 \\ Y(0) &= 10\ 000 \\ Y(1) &= 12\ 000 \end{aligned}$$

so beschreibt das Volkseinkommen Y den in Abbildung 17.5 wiedergegebenen Zeitpfad.

Da Y jedoch nur positive Werte annehmen kann, ist diese Hypothese empirisch nicht möglich. Denn wie man aus Abbildung 17.5. erkennt, nimmt Y im Zeitverlauf negative Werte an. Eine Überprüfung des Modells an der Realität erübrigt sich in diesem Fall.

Ahnliche Konsequenzen ergeben sich, wenn die Werte der endogenen Modellvariablen bestimmte Kapazitätsgrenzen wie das maximale Aufnahmevermögen eines Lagers überschreiten. Solche Konstellationen können deswegen auftreten, weil die Unüberschreitbarkeit bestimmter oberer und unterer Schwellenwerte (wie die Bedingung positiver Bestandsgrößen oder die Nichtüberschreitung von Kapazitätsgrenzen) oft nicht explizit in einem Modellansatz berücksichtigt wird. Stellt sich aber heraus, daß bestimmte, implizit als eingehalten unterstellte, Defini-

⁹ Zum Begriff der Determinante einer Matrix siehe Seite 242.

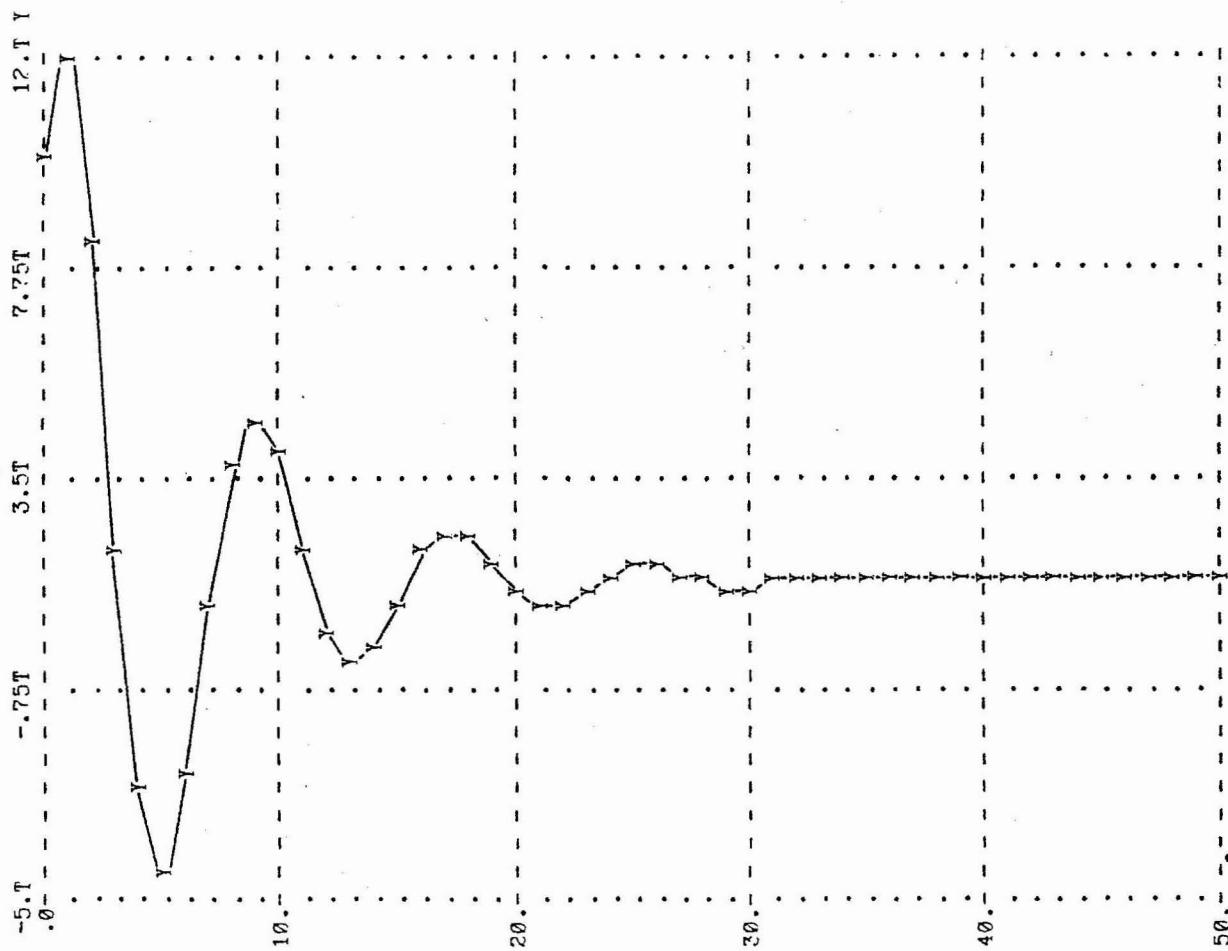


Abb. 17.5 Zeitverlauf der endogenen Variablen Y des MA-Systems im Falle der Version $\alpha=0,5$ und $\beta=1,5$ [Einheit T: Tausend]

tionsbereiche überschritten werden, dann sind diese definitorischen Grenzen in den einschlägigen Hypothesengleichungen explizit zu berücksichtigen.

B. Überprüfung stochastischer Hypothesen

Zwischen den Forderungen nach einer fundierten statistischen Schätzung der Parameter einer stochastischen Hypothese und der Forderung nach einer empirischen Überprüfung der ermittelten Hypothese besteht ein Konkurrenzverhältnis.

Da die Qualität einer Schätzung mit zunehmender Stichprobenzahl zunimmt, ist man einerseits bemüht, alle Beobachtungswerte im Schätz-

prozeß zu berücksichtigen. Dies führt aber dazu, daß für die empirische Überprüfung der gefundenen Hypothese keine Beobachtungswerte mehr zur Verfügung stehen. Verzichtet man von vornherein darauf, einige Beobachtungswerte zur Schätzung mit heranzuziehen, um sie zur nachfolgenden empirischen Überprüfung zu verwenden, dann wird diese Überprüfung an einer vom Informationsstand her gesehenen inferioren Hypothese vorgenommen.

Angesichts dieser Situation stellt sich die Frage, ob im Falle derartiger Parameterschätzverfahren, die ja ein induktives Verfahren zum Ausdruck bringen, die klassische Dualität zwischen Hypothesenfindung und Hypothesenüberprüfung noch als fruchtbare Unterscheidungskriterium anwendbar ist. Diese Dualität ist der Ausfluß des auf K.R. POPPER zurückgehenden deduktivistischen Wissenschaftsverständnisses, welches davon ausgeht, daß es im Prinzip gleichgültig ist, auf welche Weise man zu einer Hypothese gelangt; denn entscheidend ist allein ihre empirische Überprüfung. Stimmt eine Hypothese mit den Beobachtungen überein, dann bewährt sie sich, stimmt sie mit den Beobachtungen nicht überein, dann ist sie falsifiziert und verschwindet aus der wissenschaftlichen Diskussion.

Diese auf den ersten Blick einleuchtende Auffassung erweist sich aber im Hinblick auf stochastische Hypothesen als problematisch. Nehmen wir an, es gäbe eine zwingende induktive Methode, mit der man, analog zur Schätzfunktion (17.3), den tatsächlichen Parameterwert aus den Beobachtungswerten ermitteln könnte, dann wäre eine nachträgliche Überprüfung der gefundenen Hypothese überflüssig. Eine derartige Induktionstheorie gibt es zwar nicht, jedoch auch im Falle der Kleinstquadratschätzung wird eine begründete induktive Methode praktiziert, falls die geforderten Prämissen zutreffen. Wenn daher von einer empirischen Überprüfung gesprochen wird, so liegt es nahe, daß diese sich auf das Vorhandensein der getroffenen Prämissen bezieht. Denn träfen diese Prämissen sämtlich zu, dann wäre wegen des nunmehr zwingenden induktiven Ansatzes eine deduktionslogisch motivierte Überprüfung durch Aufsparen von Beobachtungswerten überflüssig. Wie erwähnt, stehen in den einschlägigen computergestützten Schätz-

routinen derartige Prämissentests zur Verfügung. Versucht man dennoch eine statistische Hypothese mit (aufgesparten) Beobachtungswerten zu konfrontieren, so ist nicht die Frage von Interesse, ob sich im Sinne POPPERs die stochastische Hypothese bewährt hat oder falsifiziert ist. Denn eine stochastische Hypothese ist nicht einfach falsifizierbar. Oder anders ausgedrückt, es gibt keine empirisch aufzeigbaren Umstände, unter denen man sagen kann, die vorliegende stochastische Hypothese sei endgültig widerlegt.

Stellt man beispielsweise die stochastische Hypothese auf: 'dieser Würfel ist fair', dann kann auch die Beobachtung von achtzehn Sechserwürfen bei zwanzig Würfen nicht zu dem Schluß führen, die Hypothese sei falsifiziert.¹⁰ Man kann nur sagen: 'die Wahrscheinlichkeit, daß die Beobachtungen von einem fairen Würfel herrühren, ist sehr gering.'

Analog hierzu kann man nicht sagen, daß sich angesichts der vorliegenden Beobachtungen eine bestimmte stochastische Hypothese bewährt habe oder falsifiziert worden sei. Vielmehr kann nur der Schluß gezogen werden, daß eine stochastische Hypothese unter Vorgabe einer bestimmten Sicherheitswahrscheinlichkeit (vorläufig) zu akzeptieren oder zu verworfen sei.

Ein derartiger Überprüfungsgriff vereinbart sich nicht immer mit einem von vielen Personen intuitiv gebrauchten Begriff der (deterministischen und stochastischen) Modellüberprüfung, in welchem die Prognosequalität als Entscheidungskriterium fungiert.

Erklären kann die Verwendung eines solchen Entscheidungskriteriums aus der Zielsetzung einer Modellentwicklung. Die Auftraggeber eines Modells fordern in der Regel, daß anhand des Modells eine Punktprognose vorgenommen werden soll, d.h. die Angabe eines einzigen numerischen Prognosewertes für eine Periode. Ein Modell hält unter dieser Zielsetzung einer 'Überprüfung' um so besser stand, je geringer die Abweichungen zwischen Beobachtung und Modellprognose sind. Besitzt eine Störgrößenhypothese aber tatsächlich eine große Standard-

¹⁰ Ein fairer Würfel ist ein Würfel, bei dem jede Zahl jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit realisiert wird.

abweichung ihrer Störvariablen, so kann diese Hypothese als eine das System adäquat beschreibende stochastische Hypothese auch dann akzeptiert werden, wenn ihre Prognosequalität (beschrieben durch die Abweichung zwischen Beobachtungs- und Erwartungswert) schlecht ist. Da die Modellbildung jedoch letztlich auf die Gewinnung guter Prognosen zielt, orientiert man sich in praktisch ausgerichteten Modellentwicklungen an dem Kriterium der prognostischen Leistungsfähigkeit eines Modells. Bekannterweise sind mit einem stochastischen Modell aber keine Punktprognosen möglich, sondern nur Prognosen der Dichtefunktionen der endogenen Variablen. Um mit einem derartigen Modell Punktprognosen vornehmen zu können, trifft man daher die Entscheidung, den Erwartungswert der endogenen Variablen des Modells als Erklärungs- oder Prognosevariable zu verwenden. Dies führt aber dazu, daß ein ursprünglich stochastisch dynamisches Modell wieder in ein deterministisches Modell überführt wird. Zu einem derartigen 'determinisierten' Modell gelangt man, wenn in den ursprünglich stochastischen Modellen die Störgrößen gleich Null gesetzt werden.¹¹

Die Folge dieses allseits geübten Vorgehens ist, daß in konkreten Modellentwicklungen fast nur mit deterministischen Modellen gearbeitet wird, und damit auch die empirische Überprüfung von Modellen zumeist nur auf der Grundlage deterministischer Modelle erfolgt.

Auch andere neben der 'Determinisierung'-praktizierte Hypothesengewinnungsverfahren führen stets zu deterministischen Hypothesen.¹²

Weil deterministische dynamische Modelle daher fast ausschließlich zur Erklärung und Prognose konkreter Systeme verwendet werden, werden wir uns im folgenden vorwiegend diesen Modellformen und ihren Problemen zuwenden.

¹¹ Vgl. zum Aufbau eines stochastisch dynamischen Störgrößenmodells Seite 74f.

¹² Siehe Seite 122f.

C. Überprüfung deterministischer Hypothesen

a) Grundprinzipien der Überprüfung deterministischer Hypothesen

Auch für deterministische Hypothesen gilt, daß ihre Gültigkeit an der Realität zu überprüfen ist. Wie vollzieht sich eine derartige Überprüfung? Angenommen, wir haben die Gültigkeit der Hypothese

$$Y(t) = 0,5Y(t-1)$$

zu überprüfen und finden für die Perioden 0 und 1 das Beobachtungspaar $Y^*(0)/Y^*(1)=2,0/0,8$. Tragen wir die diese Hypothese beschreibende Funktion und die Beobachtungswerte in ein Koordinatensystem ein, so erhalten wir Abbildung 17.6.

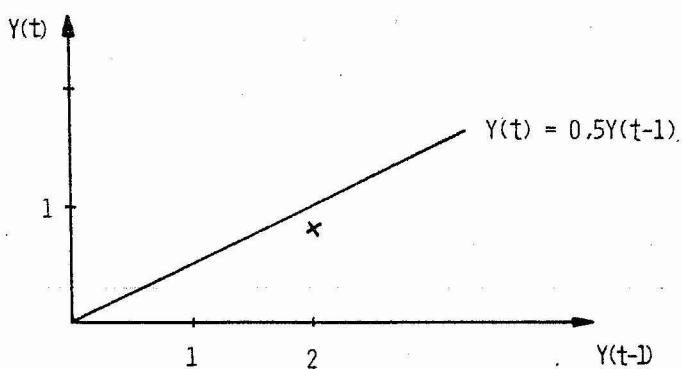


Abb. 17.6 Beispiel zur Überprüfung deterministischer Hypothesen

Legt man einen strengen Überprüfungsgriff zugrunde (wie er beispielsweise von POPPER verwendet wird), so könnte man zu dem Schluß kommen, daß der vorliegende Beobachtungswert, da er nicht auf der Geraden liegt, die zu prüfende Hypothese falsifiziert.

Es ist klar, daß mit einem solch strengen Überprüfungskriterium das Arbeiten mit deterministischen Hypothesen sofort einzustellen wäre. Bedenkt man, daß ein Großteil aller dynamischen Modelle durch deterministische Hypothesen repräsentiert wird, dann erübrigt sich die weitere Betätigung auf diesem Feld, denn einem derartig scharfen Kriterium kann kein Modell standhalten. Daher muß das Arbeiten mit dyna-

misch-deterministischen Hypothesen nach anderen Überprüfungskriterien erfolgen. Man kann von der Forderung ausgehen, daß deterministische Hypothesen den Verlauf bestimmter endogener Variablen annähernd wiedergeben sollen. Was allerdings unter annähernd genau zu verstehen ist, bleibt in vielen Fällen offen, d.h. der Begriff wird im Vagen gelassen. Im Rahmen der heute verwendeten Überprüfungskriterien kann man zwischen qualitativen und quantitativen Kriterien unterscheiden.

Zu den qualitativen Kriterien zählt als die unpräziseste Beurteilung der sogenannte Turing-Test. Eine Person, die mit dem beschriebenen System in direkter Berührung steht, wollen wir als Systemkenner bezeichnen. Einem solchen Systemkenner werden sowohl die simulierten Zeitreihen des Systemmodells als auch die tatsächlich beobachteten Zeitreihen des Systems vorgelegt. Der Systemkenner wird aufgefordert, ein Urteil abzugeben, ob beide Zeitreihen demselben System entstam-

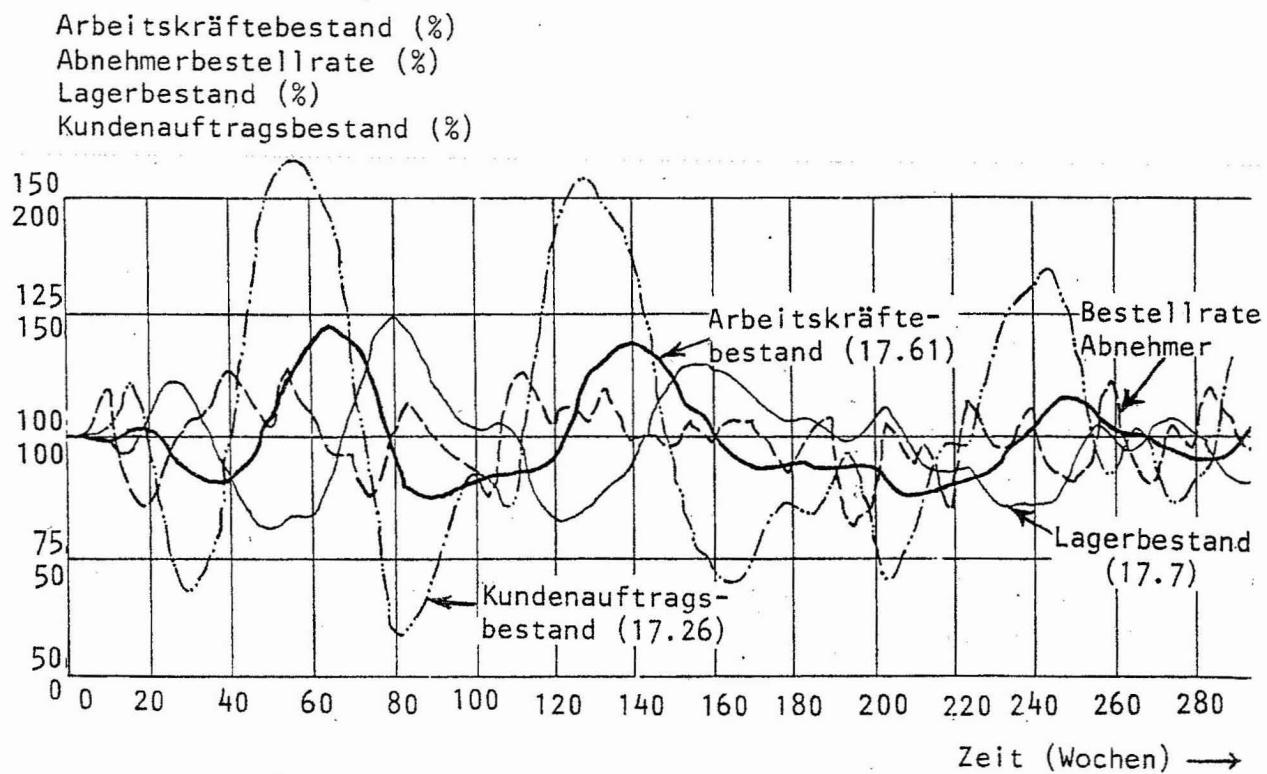


Abb. 17.7 Verlauf der wichtigsten endogenen Variablen eines dynamischen Betriebsmodells

men. Sein Urteil gilt als Kriterium für die Adäquanz des Modells.

Als Beispiel sei auf die in Abbildung 17.7 wiedergegebenen Zeitverläufe der endogenen Variablen eines Modells hingewiesen, welches einen Industriebetrieb repräsentiert.

Angesichts dieser Zeitverläufe der endogenen Modellvariablen glaubt FORRESTER, der Entwickler des Modells, daß es 'dasselbe qualitative Verhalten wie das tatsächliche System' aufweist [52,S.58]. In ähnlicher Weise kommen I. und L. ADELMAN zu dem Schluß, daß das von ihnen simulierte Klein-Goldberger-Modell dieselben zyklischen Bewegungen erzeugt, die historisch in der amerikanischen Wirtschaft zu beobachten waren. [3]

Eine etwas präzisere Beurteilung knüpft an den visuellen Vergleich der tatsächlichen Beobachtungswerte mit den endogenen Modellvariablen an. Abbildung 17.8 zeigt beispielsweise den Zeitverlauf der endogenen Modellvariablen und den Verlauf der Beobachtungswerte an freien Arbeitsstellen in den USA während der Jahre 1953 bis 1971. [81,S.1003]

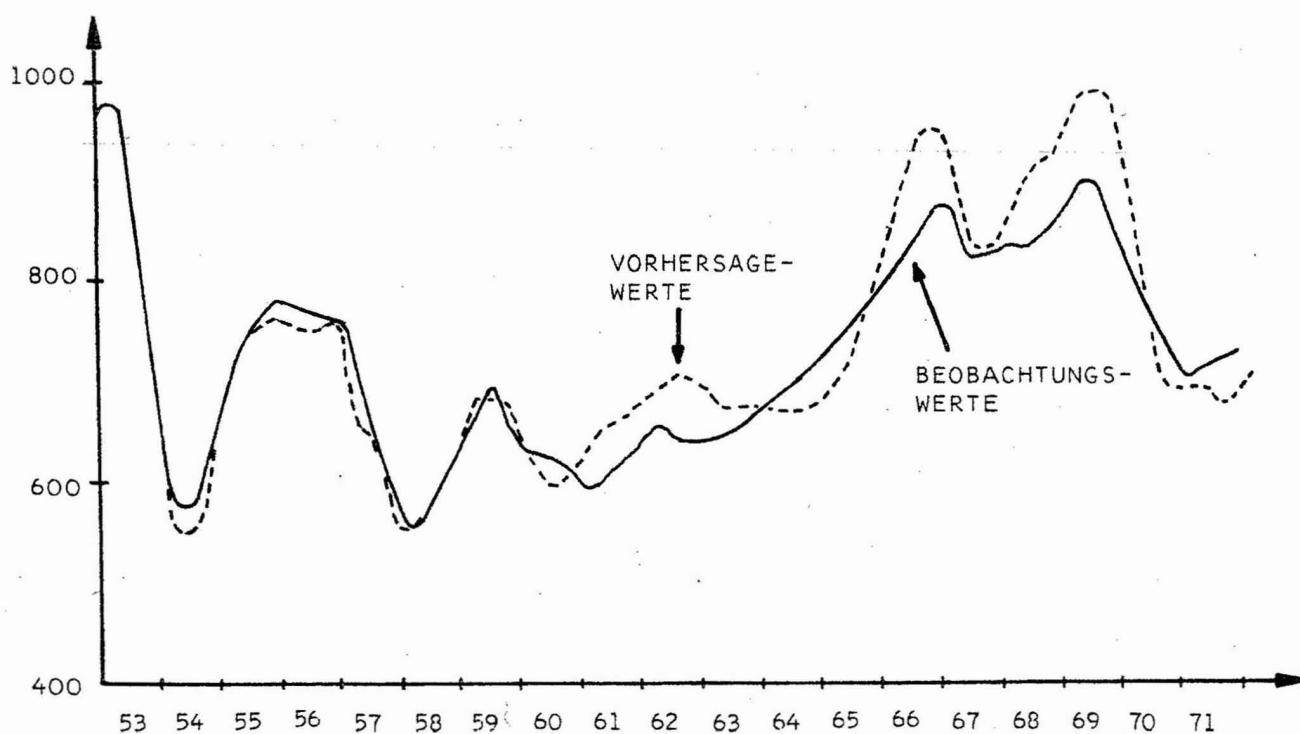


Abb. 17.8 Vom Modell erzeugter sowie beobachteter Verlauf der freien Stellen in der amerikanischen Wirtschaft von 1953 bis 1971

Viele dieser Hypothesen, über deren Gültigkeit durch visuell bestimmte Ähnlichkeitsurteile entschieden wird, sind durch die Determinisierung stochastischer Hypothesen entstanden.

Die auf Seite 117f. anhand des Schätzsystems TSP ermittelte parametrisch-singuläre Hypothese der Konsumfunktion eines MA-Modells führt nach ihrer Determinisierung zu einem Verlauf (*), der in Abbildung 17.9 dem beobachteten Verlauf des Konsums (C) gegenübergestellt ist.

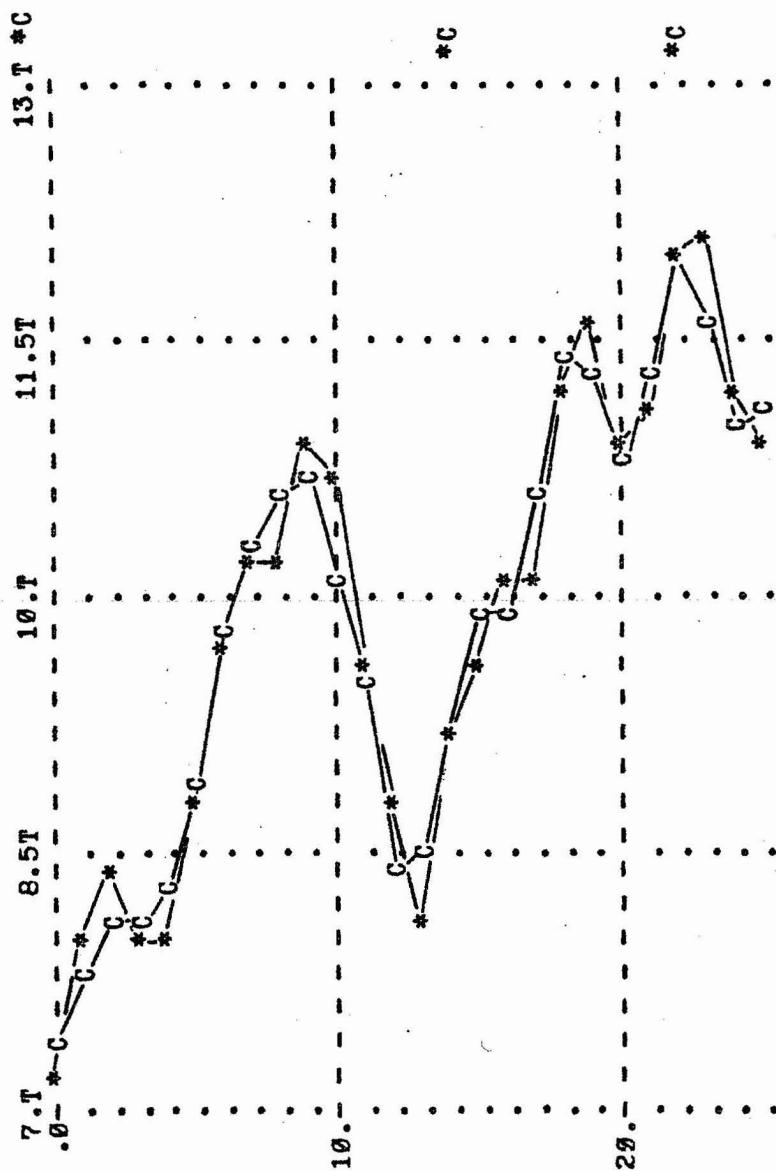


Abb. 17.9 Verlauf der modellendogenen (*) und beobachtbaren Variablen (C) des Konsums im Falle eines MA-Modells
[Einheit T: Tausend]

Einige Merkmale zur Beurteilung der Frage, ob zwei Zeitreihen demselben System entstammen, wurden von CYERT aufgezählt. [34, S.17f]

- a) Anzahl der Wendepunkte
- b) Zeitliche Abfolge der Wendepunkte
- c) Richtung der Wendepunkte
- d) Amplitude der Fluktuation entsprechender Zeitabschnitte
- e) Durchschnittliche Amplitude der gesamten Zeitreihen
- f) Gleichzeitigkeit der Wendepunkte für verschiedene Variablen
- g) Durchschnittswerte der Variablen

Wenden wir uns nunmehr den quantitativen Beurteilungskriterien zu.

Vielen dieser Maßgrößen eines Zeitreihenvergleichs ist es zu eigen, daß sie von bestimmten Annahmen über die Struktur des zugrunde liegenden stochastischen Prozesses ausgehen.

Vergleicht man die von einer deterministischen Hypothese erzeugten Variablen $Y(t)$ mit den entsprechenden Beobachtungswerten $Y^*(t)$ auf der Basis dieser Annahmen, dann liefert ein solches Überprüfungsverfahren eine Aussage, mit welcher Wahrscheinlichkeit $Y(t)$ und $Y^*(t)$ demselben stochastischen Prozeß entstammen. Offen bleibt jedoch in diesem Fall, wie sich erklären läßt, daß der Zeitverlauf $Y(t)$, der voraussetzungsgemäß einem stochastischen Prozeß entstammen soll, von einer deterministischen Hypothese 'erzeugt' wurde.

Beurteilungskriterien, welche ohne eine Voraussetzung arbeiten, sind allein die geschilderten visuellen Vergleiche und der bereits erwähnte Theilsche Ungleichheitskoeffizient. THEILs Koeffizient T ist eine Maßzahl, welche den Übereinstimmungsgrad zwischen den beobachteten Werten einer Zeitreihe $Y^*(t)$ und der Modellprognose $Y(t)$ zum Ausdruck bringt. Er berechnet sich nach der Formel [202, S.32]

$$T = \frac{\sqrt{1/n \sum_{t=1}^n [Y^*(t) - Y(t)]^2}}{\sqrt{1/n \sum_{t=1}^n [Y^*(t)]^2} + \sqrt{1/n \sum_{t=1}^n [Y(t)]^2}}$$

T variiert zwischen 0 und 1. Im Falle $T=0$ stimmen die zu beurteilenden Zeitreihen miteinander überein, während im Falle $T=1$ eine extrem schlechte Übereinstimmung vorliegt.

In Abbildung 17.10 sind verschiedene Prognosen des Konsums dem realisierten Zeitverlauf von C gegenübergestellt und mit dem Theilschen Ungleichheitskoeffizienten gekennzeichnet.

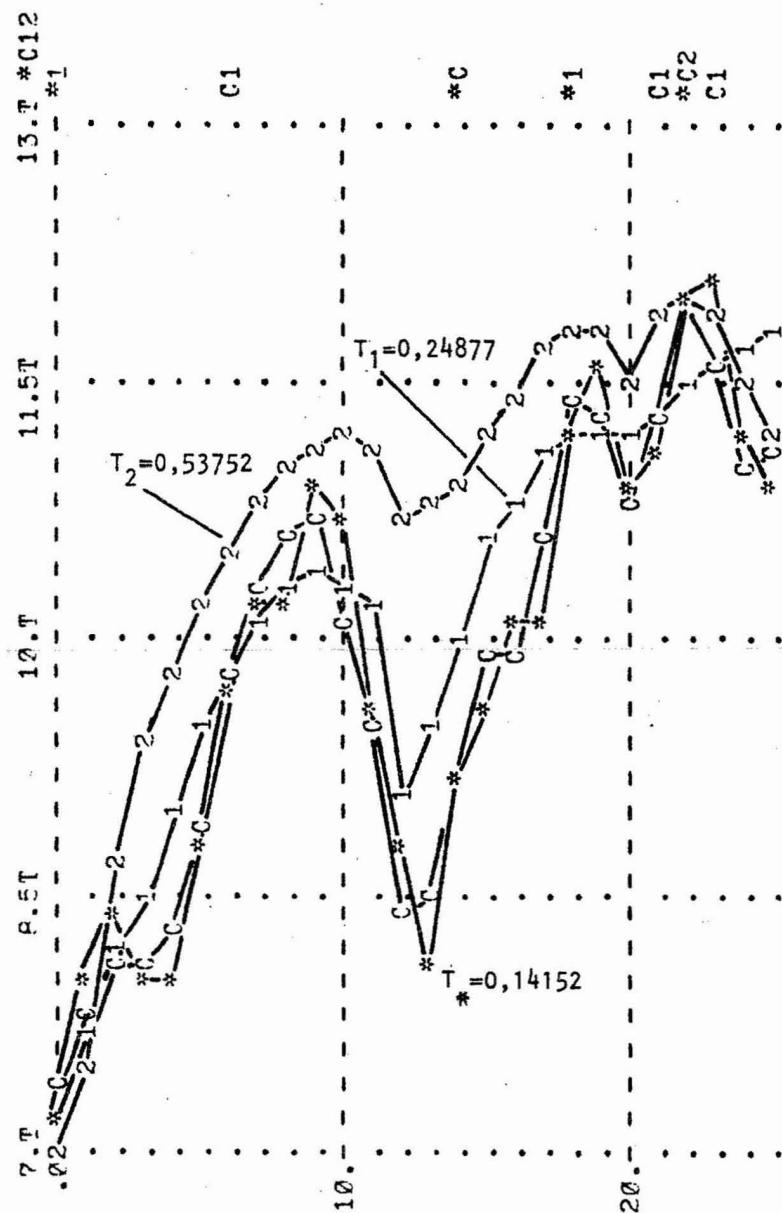


Abb. 17.10 Abweichungsstärke der Zeitreihen *, 1 und 2 von der Zeitreihe C in der Maßeinheit des Theilschen Ungleichheitskoeffizienten [Einheit T : Tausend]

Der in Abbildung 17.9 dargestellte und in Abbildung 17.10 noch einmal angeführte Verlauf der modellendogenen Variablen der geschätzten Hypothese besitzt, wie aus der Abbildung ersichtlich, einen Ungleichheitskoeffizienten von $T=0,142$ und stimmt mit der Zeitreihe der Beobachtungsdaten somit besser überein als Prognose '1' ($T=0,249$) und Prognose '2' ($T=0,538$).

b) Einzelfragen der Überprüfung deterministischer Hypothesen

ba) Hypothesenüberprüfung anhand von Retrodiktionen

Bisher wurde das Verfahren einer Retrodiktion oder Rückwärtsprognose bezüglich seiner technischen Realisierbarkeit erörtert, ohne jedoch auf die Zielsetzungen einzugehen, die man mit der Durchführung einer Retrodiktion verbindet.¹³ Als übergeordnetes Ziel einer Retrodiktion kann man die Überprüfung der vorliegenden Hypothesen eines Modells ansehen. Das verwendete Überprüfungsverfahren lässt sich etwa folgendermaßen umreißen: Wird ein Modell vom Zeitpunkt $t=0$ bis zum Zeitpunkt $t=-n$ retrodiziert, und stimmen die berechneten endogenen Variablen in diesem Zeitraum mit den tatsächlichen Beobachtungswerten (weitgehend) überein, dann hat sich das Modell bewährt; im anderen Fall wird sein Wahrheitsanspruch erschüttert.

Die Anwendung dieses Bewährungsverfahrens geht von dem induktiven Schlußschema

$$\begin{aligned} P \rightarrow Q \\ \underline{Q \text{ ist 'annähernd' beobachtbar}} \\ \text{also bewährt sich } P \end{aligned}$$

aus, wobei P den Modellansatz und Q die Implikation in Form retrodizierter Zeitverläufe von Variablen darstellt. Im gegenteiligen Fall gilt das Schlußschema

$$\begin{aligned} P \rightarrow Q \\ \underline{Q \text{ ist nicht 'annähernd' beobachtbar}} \\ \text{also wird } P \text{ erschüttert} \end{aligned}$$

¹³ Vgl. Seite 83f.

Zeigt sich, daß bestimmte Verläufe der endogenen Variablen im Retrodiktionszeitraum nicht mit den Beobachtungswerten übereinstimmen, so liegt die Frage nahe, ob es möglich ist, aufgrund von Variationen der Parameter in den Hypothesen eine bessere Annäherung zwischen den berechneten und beobachteten Größen zu erreichen. Die Retrodiktion erweist sich damit auch als ein Verfahren zur Gewinnung realitätsnäherer Hypothesen.

Als Beispiel sei eine Retrodiktion des Weltmodells von FORRESTER angeführt.¹⁴ Die endogenen Variablen dieses Modells wurden von FORRESTER ursprünglich vom Jahre 1900 in die Zukunft berechnet. Der Verlauf der wichtigsten endogenen Variablen, nämlich der Weltbevölkerung, entspricht annähernd dem beobachteten Verlauf. Retrodiziert man nunmehr jedoch das Modell bis zum Jahre 1880 und führt von diesem Zeitpunkt eine Prognose durch, dann zeigt das in Abbildung 17.11 dargestellte Histogramm des Prognoseverlaufes, daß zwischen 1880 und 1900 ein starker Bevölkerungsrückgang um mehr als 2,6 Milliarden stattgefunden haben muß. Der Gültigkeitsanspruch des Modells wird durch diese Feststellung erschüttert. Denn beansprucht FORRESTER, daß die von ihm verwendeten zeitinvarianten Hypothesen für den Zeitraum 1970 bis 2100 Gültigkeit haben sollen, so muß er sich entgegenhalten lassen, daß sie dann auch für den Zeitraum 1880 bis 1900 gültig sein sollten. Unter dieser Voraussetzung stellen die Ergebnisse der Retrodiktion jedoch eine zwingende Folge dar. Angesichts dieses Ergebnisses liegt es nahe, der Frage nachzugehen, ob die unbefriedigende Erklärung des Verlaufs der Bevölkerungsentwicklung auf eine bestimmte Hypothese des Modells zurückzuführen ist.

Man erkennt anhand von Abbildung 17.11, daß zum einen die Todesraten während des Retrodiktionszeitraumes als auch der Bevölkerungsbestand im Jahre 1880 nicht der Realität entsprechen. Zur Verbesserung des Modells wäre es daher angebracht zu untersuchen, ob die die Todesraten erklärende Hypothese durch eine entsprechende Veränderung der auftretenden Parameter besser mit dem tatsächlichen Verlauf der Todesfälle in Übereinstimmung gebracht werden kann, und als Folge davon

¹⁴ Zur Technik dieses Verfahrens siehe Seite 469f.

auch die Entwicklung des Bevölkerungsbestandes vom Jahre 1880 einen realistischeren Wert annehmen wird. Eine nähere Analyse zeigt, daß die überhöhten Todesraten vorwiegend durch eine zu starke Abhängigkeit zwischen dem 'materiellen Lebensstandard' (MSL) und dem 'Lebensstandard-Todesratenmultiplikator' (DRMM) bedingt ist.¹⁵

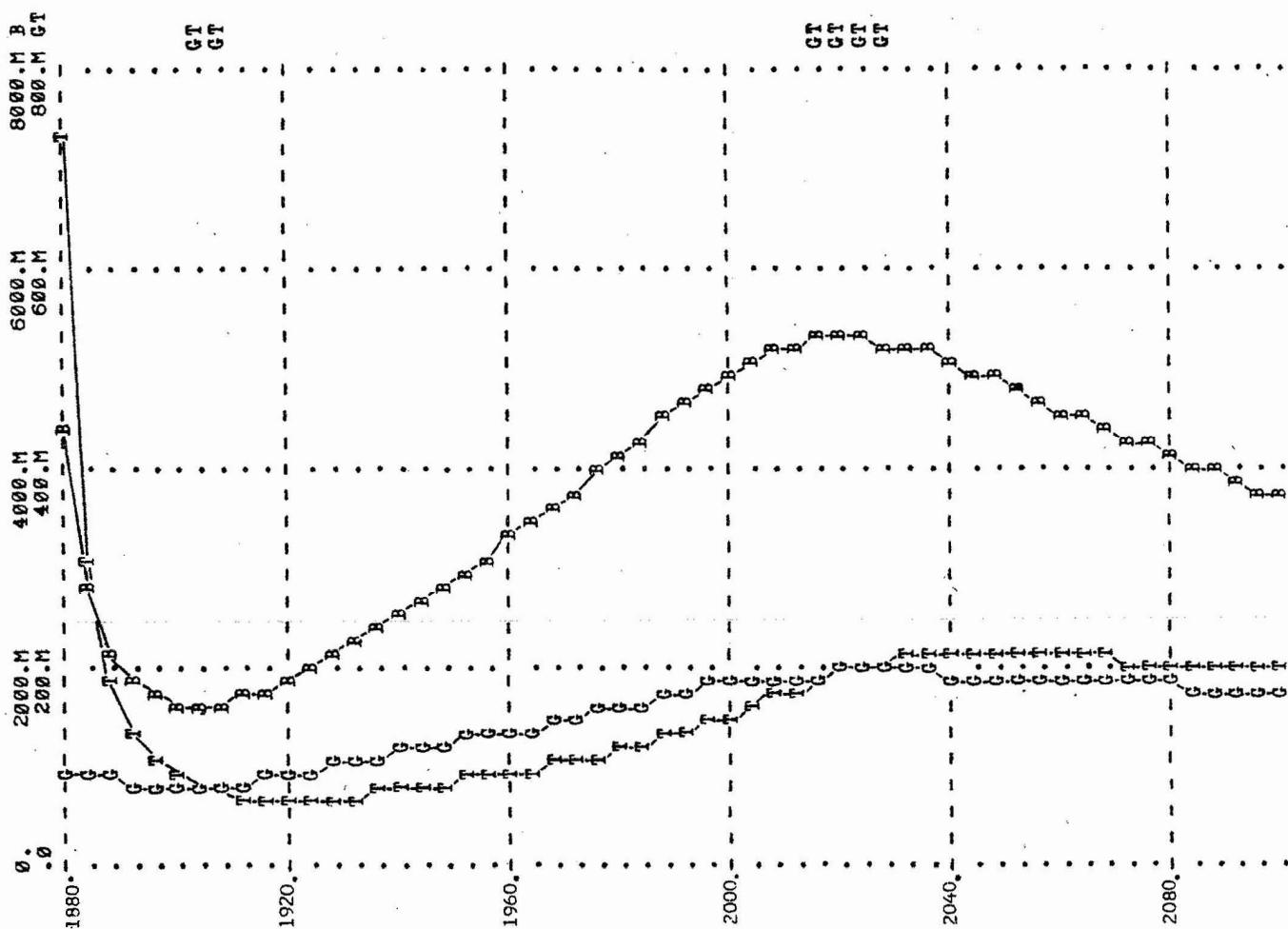


Abb. 17.11 Zeitdiagramm der Bevölkerung (B) sowie der Geburtenzahl (G) und der Todesfälle (T) im Weltmodell von FORRESTER zwischen 1880 und 2100 bei einer Retrodiktion auf das Jahr 1880 [Einheit M: Millionen]

Abbildung 17.12 zeigt den Verlauf der Weltbevölkerung im Falle des ursprünglichen Ansatzes unter Veränderung der Abhängigkeiten zwischen
 15 Vgl. zur Beschreibung des Modells [32, S. 181f]

materiellem Lebensstandard und Todesratenmultiplikator. Es zeigt sich, daß die bisher ermittelte Bevölkerungskatastrophe im Retrodiktionszeitraum ausbleibt.¹⁶

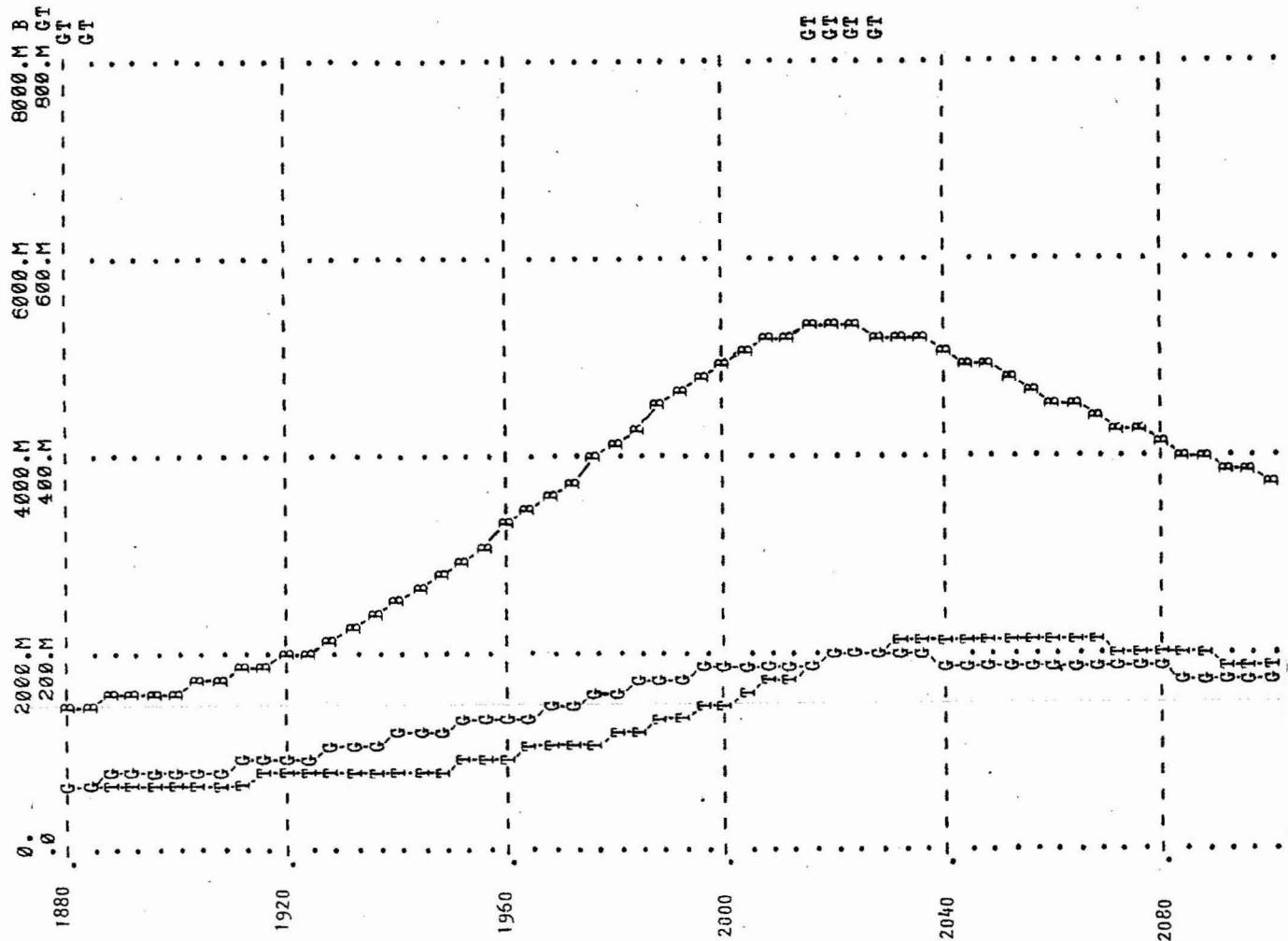


Abb. 17.12 Zeitdiagramm der Bevölkerung (B) sowie der Geburtenzahl (G) und der Todesfälle (T) im Weltmodell von Forrester zwischen 1880 und 2100 bei einer Retrodiktion auf das Jahr 1880 sowie einer Modifizierung des Zusammenhangs zwischen Lebensstandard und Todesratenmultiplikator. [Einheit M: Millionen]

Man erkennt, daß das Modell mit Hilfe der Modifizierung einer Hypothese anhand einer Retrodiktion den tatsächlichen Beobachtungswerten stärker angepaßt wurde.

¹⁶ Zur technischen Durchführung siehe Seite 479f.

bb) Hypothesenüberprüfung durch Konfrontation mit generellen Hypothesen

Im vorliegenden Fall waren wir davon ausgegangen, daß der Verlauf der endogenen Variablen anhand bestimmter empirischer Beobachtungen beurteilt wird. Der Begriff der Beurteilung geht dabei von der Bewertung einer Abweichungsmaßzahl bis hin zu einem Urteil aufgrund eines 'Beobachtungseindrucks' (Face Validity) über das Systemverhalten im Falle des Turing Tests. Kennzeichnend für die damit vorgenommene Überprüfung ist es, daß der Verlauf der endogenen Variablen des Modells anhand von Beobachtungen beurteilt wird.

In manchen Fällen orientiert sich die Beurteilung einer zu überprüfenden Hypothese nicht an Beobachtungswerten, sondern zielt allein auf das Vorhandensein bestimmter Strukturmerkmale. Sind diese Strukturmerkmale vorhanden, so gilt das Modell als bis auf weiteres akzeptabel, im andern Fall als unakzeptierbar.

Dieses Verfahren beruht auf der Hypothese, daß jedes soziale System bestimmte Strukturmerkmale besitzt, die somit auch in jedem empirisch akzeptablen Modell vorhanden sein müssen. Es handelt sich um die Merkmale Stabilität und Insensitivität.

Hat man beispielsweise im Falle eines MA-Modells die Hypothese

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(t) + I_i(t) + I_a(t) \\ C(t) &= 0,75Y(t-1) \\ I_i(t) &= 4[C(t)-C(t-1)] \\ I_a(t) &= 2500, \quad Y(0) = Y(1) = 10\ 000 \end{aligned}$$

zu untersuchen, und gehen wir von einem Gleichgewicht des Systems aus, dann zeigt sich in Abbildung 17.13, daß eine Erhöhung der autonomen Investitionen um nur eine Einheit in Periode 5 zu einer Instabilität des Systems führt.

In einem solchen Fall würden viele Personen das Hypothesensystem als empirisch unzulässig ablehnen. Man sollte sich darüber klar sein, daß dieses Vorgehen auf der Akzeptierbarkeit der generellen empirischen Behauptung fußt: alle sozialen Systeme sind stabil.

Da diese Hypothese bisher noch nicht empirisch überprüft wurde, son-

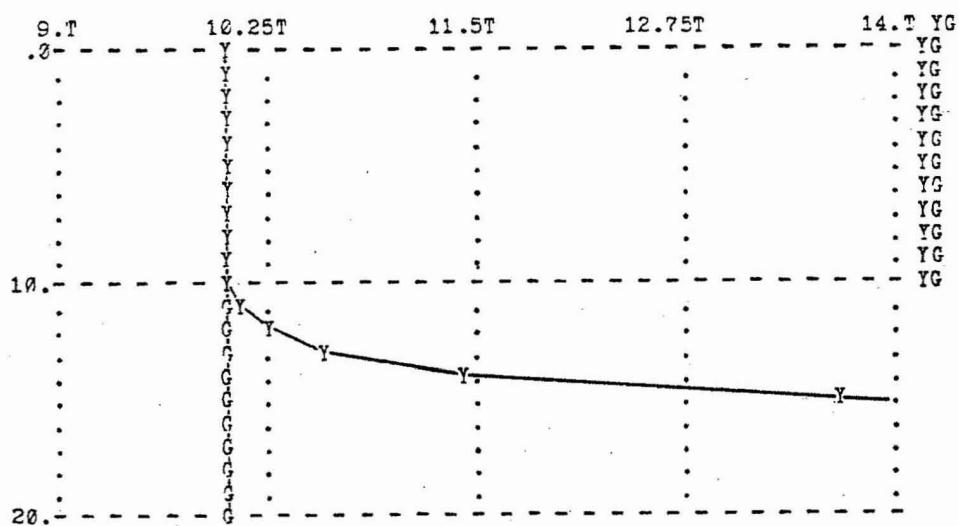


Abb. 17.13 Zeitverlauf eines durch einen Impuls aus dem Gleichgewicht gebrachten MA-Systems [Einheit T: Tausend]

dern normalerweise mit Plausibilitätsargumenten gestützt wird, handelt es sich letzten Endes um eine vielleicht heuristisch fruchtbare A-priori-Hypothese. Die heuristische Fruchtbarkeit liegt darin, daß man, wie im vorliegenden Beispiel, in dem die Erhöhung der autonomen Investitionen um eine Geldeinheit das System zum Explodieren bringt, wohl stets die Hypothesen in Frage stellt. Die Stichhaltigkeit der Ablehnung eines instabilen Systems fällt jedoch mit der Inakzeptierbarkeit der generellen Stabilitätshypothese. Als Anmerkung dürfte es von Interesse sein, daß NORBERT WIENER, der 'Vater der Kybernetik', eine generelle Stabilitätshypothese sozialer Systeme strikt ablehnte.

Der zweite Fall einer Insensitivität sozialer Systeme ist ähnlich gelagert. Der Begriff der Sensitivität sozialer Systeme wurde bereits diskutiert, und wir hatten darauf hingewiesen, daß die Sensitivität eines Systems bezüglich bestimmter Parameter zu Einsichten führt, die für eine zielgerichtete Systembeeinflussung, aber auch zur Gültigkeitsbeurteilung sozialer Systeme von Belang sind. Nur der zweite Aspekt soll uns hier interessieren. Ein Modell mit einer geringen Sensitivität wird als insensitiv bezeichnet.

Akzeptiert man nunmehr die generelle Behauptung: alle sozialen Systeme sind insensitiv, so können sensitive Modellhypothesen von vornherein als empirisch unzulässig zurückgewiesen werden.

Betrachten wir das folgende MA-Modell

$$Y(t) = C(t) + I_i(t) + I_a(t)$$

$$C(t) = 0,99Y(t-1)$$

$$I_i(t) = 1[C(t)-C(t-1)]$$

$$I_a(t) = 2500, \quad Y(0) = 10\ 000 \text{ und } Y(1) = 11\ 000$$

so führt eine Variation des Akzelerators um 25 Prozent, d.h. $\beta=1\pm0,25$ zu folgenden Zeitverläufen:

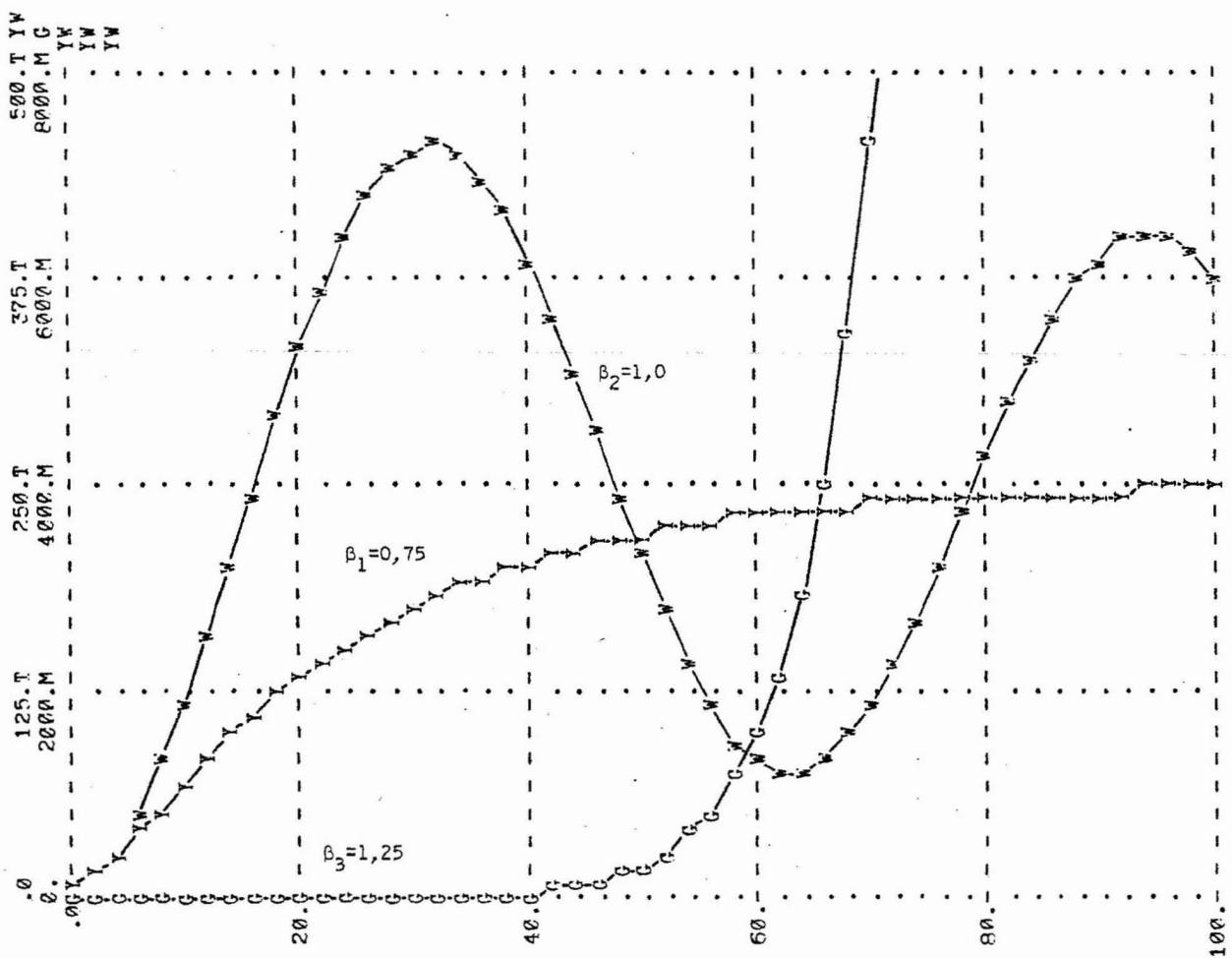


Abb. 17.14 Sensitiver Parameterbereich eines MA-Systems
[Einheiten T: Tausend, M: Millionen]

Ein so unterschiedliches Verhalten im Falle einer nur geringfügigen Änderung eines Parameters kann zu der Auffassung führen, daß es solche Systeme in der Realität nicht geben kann. Als plausible Rechtfertigung ließe sich anführen, daß sich soziale Systeme bei geringen strukturellen Änderungen (fast) nie schlagartig ändern. Der Ausspruch: 'Kleine Ursachen, große Wirkungen', hat hier einfach wegen der Trägheit des Verhaltens von Personengruppen keine Gültigkeit. Solche rudimentären Argumente zur Stützung der generellen Insensitivitätshypothese sind natürlich nicht zwingend. Sie rechtfertigen damit auch keine zwingende Ablehnung eines sensitiven sozialen Modells als empirisch unzutreffend. Dennoch liefern Kenntnisse über die hohe Sensitivität einzelner Parameter eine Motivation zu genaueren Untersuchungen dieser Parameter und führen unter Umständen zu der Einsicht, daß eine bestimmte Hypothese zu revidieren ist.

bc) Hypothesenüberprüfung durch subjektive Konsequenzenbewertung

Hypothesen können, wie erwähnt, auch dadurch gewonnen werden, daß ein Fachmann die Hypothese angibt, der er die höchste subjektive Wahrscheinlichkeit zuzuordnen bereit ist. Als Beispiel wurden die Aufstellung einer Preis-Absatz-Funktion sowie die Umsatzentwicklung eines Produktes bei Abwesenheit jeglicher Werbung angeführt.

Solche Hypothesen können zu ihrer Überprüfung den entsprechenden Beobachtungswerten gegenübergestellt werden. Angesichts dieser Beobachtungswerte kann der betreffende Fachmann versuchen, seine ursprüngliche Hypothese so zu modifizieren, daß sie den Beobachtungsbefunden stärker entspricht. Dieses Vorgehen entspricht dem in den Naturwissenschaften üblichen Wechselspiel von Hypothesenaufstellung und -verwerfung bzw. -erhärtung. Bekanntlich hat KEPLER über sechzig verschiedene Hypothesen der Planetenbewegung überprüft und verworfen, bis er zu seinen heute bekannten Gesetzen gelangte.

Ein solches Wechselspiel der Aufstellung, Verwerfung und Modifizierung von Hypothesen wird in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften allerdings nicht immer eingehalten. Vielmehr ist gerade bei der Anwendung dynamischer Modelle ein wesentlich 'liberaleres' Überprü-

fungsverfahren zu beobachten, welches kurz geschildert werden soll: Ein Fachmann formuliert ein deterministisches Hypothesensystem, welches er subjektiv für am wahrscheinlichsten hält. Der Zeitverlauf der endogenen Variablen des Modells wird ermittelt und dem Fachmann vorgelegt. Der Fachmann analysiert die Modellimplikationen, und wenn er sie für 'wenig wahrscheinlich' hält, modifiziert er seine ursprünglichen Annahmen so lange, bis Annahmen und Implikationen in ihrem subjektiven Glaubwürdigkeitsgrad miteinander übereinstimmen. Um bei einem einfachen Beispiel zu bleiben: Ein Vertriebsleiter schätzt, daß der Umsatz bei fehlender Werbung 'mit großer Wahrscheinlichkeit' im Monat um drei Prozent zurückgeht. d.h. sich nach der Hypothese

$$U(t) = 0,97U(t-1)$$

richtet. Macht man ihn jedoch auf die Konsequenz aufmerksam, daß dann tatsächlich in sieben Perioden der Umsatz um 20 Prozent fallen wird, dann kommt er zu dem Urteil, daß diese Konsequenz 'nicht sehr wahrscheinlich' sei. Aufgrund der differierenden Glaubwürdigkeitsgrade zwischen Annahme und Konsequenz wird der Vertriebsleiter veranlaßt, seine Hypothese und die subjektiven Beimessungen der Glaubwürdigkeitsgrade noch einmal zu überlegen. Es gibt mehrere Möglichkeiten zur Beseitigung dieser Differenz zwischen den Glaubwürdigkeiten von Annahme und Konsequenz:

- a) der Vertriebsleiter hält die Konsequenz 'doch' für genauso wahrscheinlich wie die Annahme
- b) er kommt zu der Auffassung, daß die Annahme 'doch (wie die Konsequenz) relativ unwahrscheinlich ist'.

Im zweiten Fall wird er versuchen, eine andere Hypothese zu entwickeln. Beispielsweise, daß ein bestimmtes Umsatzniveau auch für längere Zeit ohne Werbung zu halten ist, und daß sich die Abnahmerate des Umsatzes mit der Annäherung an dieses Umsatzniveau verringert. Die umformulierte Hypothese kann, sobald sie quantitativ gefaßt ist, dann in gleicher Weise 'überprüft' werden. Das hier zum Ausdruck kommende Verfahren erscheint in dem angeführten Beispiel als trivial. Handelt es sich jedoch um ein Geflecht dynamischer Hypothesen, so

sind Unterschiede zwischen Glaubwürdigkeitsgrad der Annahmen (Hypothesen) und ihrer Konsequenzen (Implikationen) nicht nur der, in unserem Fall offensichtlichen, Unfähigkeit des Fachmannes zuzuschreiben. Daher ist es auch nicht verwunderlich, daß solche Lernprozeduren tatsächlich zur Entwicklung und Modifizierung von Modellen angewendet werden. So hat LITTLE ein dynamisches Modell der Werbeträgerplanung formuliert, dessen numerisch verschärzte Hypothesen aus einem allgemeinen Ansatz mit Hilfe der skizzierten Abstimmungsmethode entwickelt werden [125]. Das beschriebene Wechselspiel von Annahmensexposition und Konsequenzenaufdeckung ist bei dynamischen Modellen aus praktischen Gründen nur mit einem Rechner unter Verwendung von Schreibterminals oder Bildschirmen im Dialogverkehr möglich.

Der Grundgedanke dieses Verfahrens besteht darin, das 'subjektive Situationsbild' eines Fachmannes stimmig zu machen und zwar stimmig in der Zuordnung der Glaubwürdigkeitsgrade zwischen Annahme und zwingender Konsequenz.

Ordnet eine Person einer Hypothese H eine Glaubwürdigkeit von 3/5 zu, der zwingend folgenden und in der Zukunft liegenden Konsequenz jedoch nur eine Glaubwürdigkeit von 1/5, dann ist dies eine Unstimmigkeit. Denn was zwingend folgt, müßte aus evidenten Gründen den gleichen Glaubwürdigkeitsgrad besitzen. Indem letztlich ein Modell ausgewählt wird, bei welchem Annahmen und Konsequenzen dieselbe Glaubwürdigkeitszuordnung erfahren, wird damit implizit unterstellt, daß dieses Modell das realitätsnähere ist.

Zur Beurteilung der Zulässigkeit dieses Überprüfungsverfahrens muß man sich die Frage stellen, inwieweit Beobachtungsdaten noch einen Einfluß auf die Annahme oder Akzeptierung einer Hypothese haben. Als Beurteilungskriterium zur Auswahl alternativer Hypothesen dienen die Glaubwürdigkeitsgrade, denn es wird letztlich die Hypothese mit den höchsten stimmigen Glaubwürdigkeitsgraden ausgewählt. Die Beobachtungsdaten oder generell die gesamte Erfahrung des Fachmannes fließen über einen nicht mehr rekonstruierbaren Bewertungsprozeß in diese Glaubwürdigkeitsgrade ein.

Da diese Verknüpfung ein rein subjektiver Prozeß ist, handelt es sich

hier um die Aufgabe des kleinsten Restes der intersubjektiven Nachprüfbarkeit einer Hypothesenrechtfertigung. Bei der Ablehnung eines solchen Verfahrens sollte man aber nicht verkennen, daß auch im Falle der statistischen Hypothesengewinnung kein intersubjektiv zwingendes Prüfverfahren vorliegt. Denn die Akzeptierung der unüberprüften statistischen A-priori-Hypothesen kann nicht erzwungen werden. Aber nur im Rahmen dieser A-priori-Hypothesen ist eine statistische Überprüfungsprozedur intersubjektiv zwingend. Das skizzierte Verfahren reduziert diesen intersubjektiv zwingenden Überprüfungsbereich nunmehr auf Null. Denn wenn zwei Fachleute zu unterschiedlichen Bewertungen kommen, bleibt es unentscheidbar, wessen Hypothese dann zu verwerfen oder zu akzeptieren ist.

Es liegt der Einwand nahe, daß mit einem derartigen Verfahren der Rahmen einer wissenschaftlichen Hypothesenüberprüfung endgültig überschritten wird. Wenn die Fachleute einander widersprechende Hypothesen vorziehen, dann liegt mangels eines Entscheidungskriteriums die Gefahr einer Art 'Lyssenko-Wissenschaft' nahe, bei der die Hypothese desjenigen als wahr deklariert wird, der die Macht hat, ihre Anerkennung durchzusetzen.

Diese Argumente scheinen dafür zu sprechen, das beschriebene Verfahren abzulehnen. Einer solchen Forderung müßte man immer dann beipflichten, wenn das Ziel einer dynamischen Modellbildung allein in der Gewinnung von intersubjektiv nachprüfbaren generellen empirischen Hypothesen bestände. Dies ist zwar das Ziel einer deskriptiven nicht aber das einer normativen Wissenschaft. Im Rahmen einer normativen Wissenschaft dienen dynamische Hypothesen der zielgerichteten Beeinflussung der beschriebenen Systeme. Durch die Entscheidung, ein dynamisches Modell für normative Zwecke zu verwenden, kommen jedoch 'liberalere' Normen der Modellbeurteilung zum Tragen, die durch die sogenannte Entscheidungslogik repräsentiert werden.

Die Entscheidungslogik geht davon aus, daß ein bestimmtes Entscheidungssubjekt ein System im Sinne seiner Zielsetzung beeinflussen will. Das Entscheidungssubjekt entwickelt, in unserem Fall, ein dynami-

sches Modell dieses Systems. Im Gegensatz zu den generellen Hypothesen einer positiven Wissenschaft, die einen potentiell unendlichen Individuenbereich umfassen, beschreibt ein von einem Entscheider formuliertes Modell nur ein konkretes System. Dieses Modell repräsentiert in Übereinstimmung mit der Entscheidungslogik das subjektive Situationsbild dessen, der das System zu beeinflussen wünscht. Die empirische Verankerung der in einem Entscheidungsmodell des hier verwendeten Typs auftretenden Hypothesen erfolgt hier allein durch die Zuordnung subjektiver Wahrscheinlichkeiten. Denn das, was ein Entscheider für am glaubhaftesten hält, sollte bei rationalem Verhalten die Grundlage für seine Entscheidung bilden.

Wenn damit ein dynamisches Modell von einem Entscheidungsträger entwickelt wird, um dessen Entscheidungen zur Beeinflussung eines bestimmten Systems durchzuspielen, dann handelt es sich bei der ausschließlich subjektiven Auswahl der dynamischen Hypothesen um ein akzeptables Verfahren. Dies gilt unter diesen Umständen in gleicher Weise für das geschilderte Verfahren der Glaubwürdigkeitsgradabstimmung. Die von den Zielsetzungen einer positiven Wissenschaft herrührenden Einwände treffen für eine solche Situation nicht zu. Da viele dynamische Modelle speziell von einem Entscheidungsträger für seine Entscheidungsfindung entwickelt werden, eröffnet sich für die Entwicklung derartiger Entscheidermodelle ein breites Anwendungsgebiet. Man sollte sich jedoch im klaren sein, daß die Entscheiderhypothesen derartiger Modelle keine Akzeptierung durch andere Personen zu erzwingen vermögen.

Weiterhin muß man sich die Frage stellen, ob ein Entscheider in vielen Situationen überhaupt einen so hohen subjektiven Informationsstand besitzt, daß er eine bestimmte numerisch konkretisierte dynamische Hypothese von den übrigen als besonders wahrscheinlich auszuzeichnen vermag. Der Entscheider kann auch zu dem Ergebnis kommen, daß viele Hypothesen gleich wahrscheinlich sind, er also keine Auswahl treffen kann. In diesem Fall kann das geschilderte Verfahren von vornherein erst gar nicht zur Anwendung kommen.

Dieser Einwand betrifft jedoch nur die unbedingte Anwendbarkeit des geschilderten Verfahrens, berührt jedoch nicht seine grundsätzliche

Akzeptierbarkeit. Im Rahmen derartiger Entscheidermodelle erweist es sich als eine durchaus akzeptable Überprüfungsmethode.

bd) Hypothesenüberprüfung bei Nichtbeobachtungsvariablen

a) Zwischenhypothesen in intersubjektiv nachprüfbares Modellen

Beobachtungsvariablen sind Größen, die mit Hilfe einfacher Meßverfahren ermittelt werden können. Als Beispiel seien die Preise eines Produktes, Absatzmengen, der Konsum in einer Volkswirtschaft oder der Bevölkerungsbestand genannt.

In dynamischen Modellen ist nicht jede Variable oder jeder Parameter eine Beobachtungsgröße, und dennoch handelt es sich um ein zulässiges Modell. Es genügt, daß diese Nichtbeobachtungsgrößen durch die numerischen Werte der mit ihnen verknüpften Beobachtungsgrößen eindeutig definiert werden.

Betrachten wir als einfaches Beispiel die Konsumfunktion eines MA-Modells

$$C(t) = \alpha Y(t-1)$$

dann ist in diesem deterministischen Fall die Nichtbeobachtungsgröße α bestimbar, wenn die Zahlenwerte von $Y(0)$ und $C(1)$ vorliegen.

Im Falle einer entsprechenden stochastischen Hypothese

$$C(t) = \alpha Y(t-1) + \epsilon$$

kann α aus den vorliegenden Werten von C und Y geschätzt werden.

Gegenüber der Gewinnung derartig numerisch aus Beobachtungswerten bestimmbarer Parameter ist nichts einzuwenden.

Es liegt jedoch die Frage nahe, ob es zulässig ist, in Systemmodellen auch mit Nichtbeobachtungsvariablen zu arbeiten, deren numerische Ausprägungen nicht aus den Beobachtungsvariablen bestimmt werden können.

Die Einführung von Nichtbeobachtungsvariablen folgt oft aus einer horizontalen Differenzierung von Hypothesengleichungen, die dem Ziel dient, eine höhere empirische Adäquanz herbeizuführen. Jede Hypothesengleichung kann im Sinne eines schwarzen Kastens interpretiert wer-

den. Die unverzögerte endogene Variable bildet die Ausgangsgröße dieses schwarzen Kastens, während die vorherbestimmten Variablen als Eingangsgrößen fungieren.

Die Konsumfunktion eines MA-Modells kann in diesem Sinne durch das Schema der Abbildung 17.15 dargestellt werden.

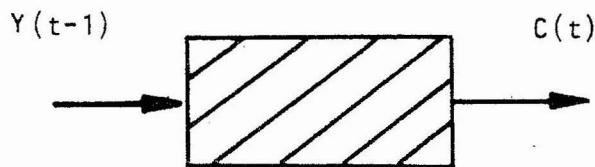
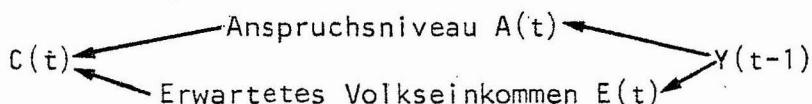


Abb. 17.15 Interpretation der Variablen einer Verhaltengleichung als Ein- und Ausgangsgrößen eines schwarzen Kastens

Erweist sich die $C(t)$ mit $Y(t-1)$ verbindende Hypothese als empirisch unzutreffend, so liegt die Frage nahe, ob man, bildlich gesprochen, den schwarzen Kasten nicht in eine Kette schwarzer Kästen auflösen kann. Dies würde bedeuten, daß man die ursprüngliche Hypothese durch eine Hypothesenkette zu ersetzen versucht. In diesem Fall soll von einer horizontalen Hypothesendifferenzierung gesprochen werden. Die Forderung nach einer horizontalen Hypothesendifferenzierung erfolgt in der Hoffnung, durch das Auffinden differenzierter Hypothesen zu einer besseren Wirklichkeitsbeschreibung zu gelangen.

Angenommen, jemand ist der Auffassung, daß zwischen dem Konsum $C(t)$ und dem Volkseinkommen $Y(t-1)$ die folgende kausale Kette existiert.



Weiterhin glaubt der Modellentwickler, daß das Anspruchsniveau $A(t)$ durch die Hypothese

$$A(t) = A(t-1) + 0,5[Y(t-1) - A(t-1)]$$

bestimmt wird und das erwartete Volkseinkommen für die Periode t ,

d.h. E(t) durch

$$E(t) = [Y(t-1)+Y(t-2)]/2$$

Der Konsum C(t) soll sich in der Auffassung des Modellentwicklers nach der Gleichung

$$C(t) = 0,6E(t) + 0,1[A(t)-E(t)]$$

bestimmen. Wie man erkennt, handelt es sich um eine horizontale Differenzierung. Die neuen Zwischenglieder der Kausalkette bilden die Variablen A und E. Diese Variablen sind jedoch unidentifizierbare Nichtbeobachtungsvariablen, denn sie sind weder direkt meßbar (das sei hier unterstellt) noch können ihre numerischen Werte allein aus den Realisationen der Beobachtungsvariablen C(t) und Y(t-1) gewonnen werden.

Hypothesengleichungen, in denen die erklärende oder auch die erklären-den Variablen Nichtbeobachtungsvariablen sind, sollen als Zwischen-hypothesen bezeichnet werden, weil sie die Verknüpfung zwischen den Beobachtungsvariablen stärker spezifizieren. In vielen Fällen zeigt es sich, daß eine verstärkte Differenzierung nur durch die Einführung von Zwischenhypothesen möglich ist, deren Nichtbeobachtungsvariablen psychische Zustandsgrößen repräsentieren.

Es drängt sich daher die Frage auf, ob die Einführung derartiger Zwischenhypothesen nicht ein 'sinnloses' Unterfangen ist, welches wohl kaum dem Ziel einer Modellverbesserung dient. Die Skepsis gegenüber diesem Vorgehen läßt sich durch die Frage präzisieren: Ist es legitim, Hypothesen aufzustellen, in denen Nichtbeobachtungsvariablen wie E und A im angeführten Beispiel auftreten?

Grundsätzlich gibt es keine Vorschriften, die das Aufstellen von Hypothesen einschränken. Eine Hypothese kann durch Intuition, im Schlaf oder auch durch das Betrachten einer Kristallkugel gefunden werden. Entscheidend ist allein ihre empirische Überprüfung. Genügt sie dem angewandten Überprüfungskriterium, so wird sie akzeptiert, andernfalls wird sie verworfen. Damit liegt der Einwand nahe, daß Zwischenhypothesen, die ja Nichtbeobachtungsvariablen besitzen, nicht empirisch überprüfbar und damit sinnlos sind.

Dieser Einwand gilt jedoch nur, wenn man die gewonnenen Zwischenhypothesen isoliert betrachtet. Vergegenwärtigt man sich jedoch, daß das Anfangs- und Endglied eine Beobachtungsvariable darstellt, dann wird deutlich, daß die Zwischenhypothesen eine empirisch nachprüfbare Übergangsfunktion zwischen dem Anfangs- und dem Endglied festlegen.

Das Aufstellen der Zwischenhypothesen aus Nichtbeobachtungsvariablen dient damit letztlich allein dem Zweck, eine neue (und vielleicht bessere) Hypothese über die Verknüpfung der beobachtbaren Ein- und Ausgangsvariablen zu gewinnen. Die horizontale Differenzierung von Modellen mit Nichtbeobachtungsvariablen ist damit letztlich als ein heuristisches Verfahren der Hypothesengewinnung aufzufassen.

Wenden wir das Gesagte auf die beschriebene horizontale Differenzierung der Konsumfunktion in die Zwischenglieder $A(t)$ und $E(t)$ an. Keine dieser drei Hypothesen ist für sich betrachtet empirisch überprüfbar:

Durch mathematische Umformungen läßt sich zeigen, daß die Übergangsfunktion zwischen den beiden Beobachtungsvariablen durch die Hypothese

$$C(t) = 0,5C(t-1) + 0,3Y(t-1) + 0,125Y(t-2) - 0,125Y(t-3)$$

bestimmt wird. Diese Hypothese, die als eine Übergangsfunktion des in Abbildung 17.15 dargestellten schwarzen Kastens angesehen werden kann, muß nunmehr auf ihre empirische Zulässigkeit überprüft werden. Wird sie akzeptiert, so hat sich das angewandte Hypothesensuchverfahren als fruchtbar erwiesen. Eine Ablehnung führt zu dem gegenteiligen Schluß.

Das angewandte Verfahren kann auch dadurch verfeinert werden, daß die Zwischenhypothesen numerisch unspezifizierte Parameter enthalten, was zur Folge hat, daß die heuristisch gewonnene Übergangshypothese auch keine numerisch konkretisierten Parameter enthält. Gehen wir von folgender Parameterbenennung aus:

$$\begin{aligned} A(t) &= A(t-1) + a[Y(t-1)-A(t-1)] \\ E(t) &= [Y(t-1)+Y(t-2)]/2 \\ C(t) &= bE(t) + c[A(t)-E(t)] \end{aligned}$$

dann folgt die Übergangsfunktion

$$C(t) = \alpha C(t-1) + \beta Y(t-1) + \gamma Y(t-2) + \delta Y(t-3) \quad (17.4)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 - a & \gamma &= (ab-ac)/2 \\ \beta &= (b-c+2ca)/2 & \delta &= (ab+c-b-ac)/2 \end{aligned} \quad (17.5)$$

Generell könnte man nunmehr versuchen, derartige Hypothesen auf ihre Tragfähigkeit zu untersuchen, d.h. anhand von Beobachtungsreihen ein Korrelationsmaß des Zusammenhangs und sonstige Akzeptanzmaße zu ermitteln.

Im angeführten Beispiel ist es nicht möglich, die Nichtbeobachtungsvariablen zu berechnen. Denn die numerischen Werte der einer Schätzung zugänglichen Koeffizienten α , β , γ und δ führen in (17.5) im allgemeinen zu einem Gleichungssystem, welches keine Ermittlung der Koeffizienten a , b und c ermöglicht.

In der ökonomischen Theorie werden Zwischenhypothesen beispielsweise durch die Erklärungsgleichungen von sogenannten ex-ante Variablen zum Ausdruck gebracht, die insbesondere von der Stockholmer Schule verwendet wurden. [158, S.37ff.] Es handelt sich dabei um Hypothesen über Prognosewerte von Personen.

Während in den Ansätzen der Stockholmer Schule höchstens zwei Zwischenhypothesen auftreten, werden in dynamischen Modellen, die auf der Modellierungskonzeption System Dynamics beruhen, weit verzweigte Ketten von Zwischenhypothesen in numerisch konkretisierter Form verwendet.

Als Beispiel sei ein Kausaldiagramm des im Weltmodell von MEADOWS angegebenen Subsystems Umweltverschmutzung angeführt, in dem sämtliche endogenen Variablen Nichtbeobachtungsvariablen darstellen. [134, S.426] Für dieses Geflecht von numerisch konkretisierten Zwischenhypothesen gelten dieselben Überlegungen wie im Falle des Beispieles der Konsumfunktion: Sämtliche Zwischenhypothesen können nach getaner Arbeit aus dem Modell eliminiert werden. Von Interesse sind allein die verbleibenden Übergangsfunktionen.

Legt man scharfe Maßstäbe für den Begriff einer Beobachtungsvariablen zugrunde, dann ist in dem von MEADOWS entwickelten Weltmodell allein

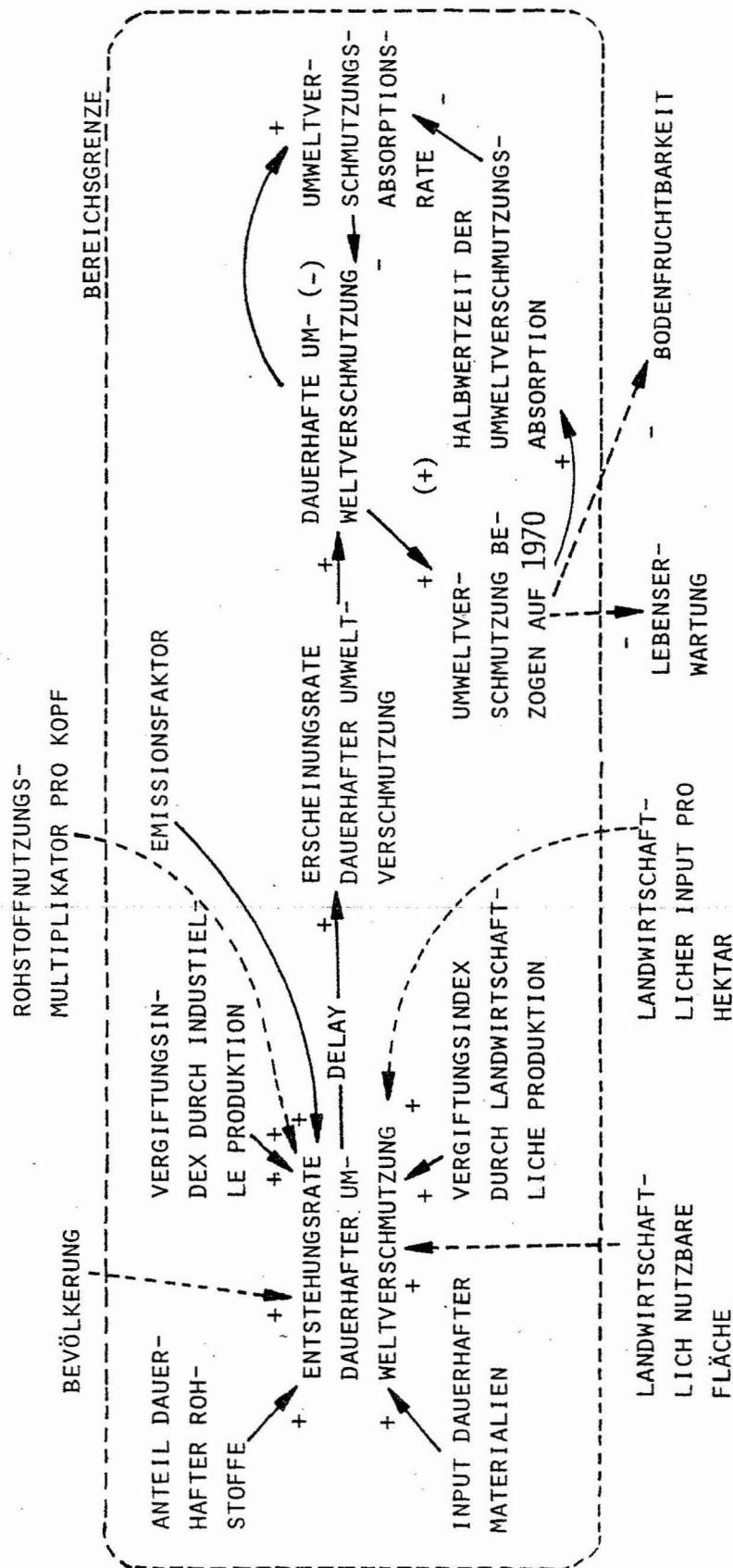


Abb. 17.16 Kausaldiagramm von Nichtbeobachtungsvariablen des Subsystems 'Umweltverschmutzung' im Weltmodell von MEADOWS
(vom Verfasser übersetzt)

die Variable 'Gesamtbevölkerung' als Beobachtungsvariable anzusehen. Das Modell würde sich bei dieser strikten Auslegung des Beobachtungsbegriffes von 150 endogenen Variablen auf eine Übergangshypothese in Form der Endgleichung

$$P(t) = F[P(t-1), P(t-2), \dots, P(t-n)]$$

reduzieren. Die Ermittlung dieser Endgleichung ist allerdings wegen der hohen Nichtlinearität des Modells nach dem heutigen Stand der Mathematik noch nicht möglich. Dies stört jedoch nicht den prinzipiellen Charakter des vorgetragenen Gedankens.

β) Zwischenhypotesen in Entscheidermodellen

Unsere Beurteilung von Zwischenhypotesen ging von der stillschweigenden Voraussetzung aus, daß die Zielsetzungen einer deskriptiven Wissenschaft, d.h. vor allem die Forderung nach einer intersubjektiven Nachprüfbarkeit der Hypothesen, gelten soll. Im Falle eines Entscheidermodells bildet, wie gesagt, dieses Ziel keine zwingende Voraussetzung.¹⁷ Unterstellen wir nunmehr, daß ein Modell als Entscheidermodell intendiert wurde. Was läßt sich in diesem Fall gegen Zwischenhypotesen einwenden? Hier ist eine Differenzierung bezüglich des zeitlichen Geltungsbereiches der Zwischenhypotesen vorzunehmen.

Sollen die Hypothesen auch für die Vergangenheit gelten, so können die Übergangshypothesen den Beobachtungswerten gegenübergestellt werden, und der Entscheider kann auf die entstehenden Diskrepanzen aufmerksam gemacht werden.

Wird die Geltung dagegen nur für die Zukunft beansprucht, so können im Hinblick auf eine empirische Überprüfung keine Einwände erhoben werden.

Die Weltmodelle von FORRESTER und MEADOWS beanspruchen, als Entscheidermodelle konzipiert zu sein. Sie sind auch in der Lage, die Weltbevölkerungsentwicklung in der Vergangenheit zu reproduzieren. Man könnte daher meinen, daß gegen die umfangreiche Verwendung von Zwischenhypotesen keine Einwände möglich sind. Ein wesentlicher Einwand besteht jedoch in der ideologischen Manipulierbarkeit eines vie-

¹⁷ Vgl. Seite 137 f.

le Zwischenhypothesen enthaltenden dynamischen Modells. Zwischenhypothesen werden durch Intuition bestimmt. Der intuitive Spielraum gestattet es jedoch, eine Fülle miteinander konkurrierender und dennoch plausibler Zwischenhypothesen einzuführen. Im Rahmen von komplexen nichtlinearen Modellen wird es immer möglich sein, konkurrierende plausible Systeme von Zwischenhypothesen zu finden, die zwar die Vergangenheitsentwicklung der Beobachtungsvariablen übereinstimmend reproduzieren, für die Zukunft jedoch voneinander abweichende Entwicklungen prognostizieren.

Die ideologische Manipulierbarkeit liegt darin begründet, daß ein Modellentwickler aus der Menge der plausiblen und vergangenheitsreproduzierenden Modellvarianten die heraussucht, die seinen Wunschvorstellungen im Hinblick auf die zukünftige Entwicklung am stärksten entsprechen.

Gegenüber FORRESTER und MEADOWS sind Vorwürfe erhoben worden, sie hätten ihr Modell so konzipiert, daß es ihre Wunschvorstellungen vom Zeitpunkt der Weltkatastrophe genau erfüllt. [155] Wenn diese Vorwürfe tatsächlich berechtigt sein sollten, dann dürfte eine derartige Manipulation vorwiegend durch die Wahl geeigneter Zwischenhypothesen erreicht worden sein.

Die Möglichkeiten, ein Modell zu manipulieren, sollen an einer kurz erläuterten Miniversion eines Weltmodells demonstriert werden. Anhand dieses Modells wird gezeigt, wie man durch die Variation plausibler Hypothesen zu einem gewünschten Prognoseergebnis gelangen kann.

Der Weltbevölkerungsbestand wird durch

$$B(t) = B(t-1) + G(t) - S(t)$$

B: Bestand der Weltbevölkerung

G: Anzahl der Geburten

S: Anzahl der Todesfälle

definiert. Die Anzahl der Geburten G(t) bestimmt sich nach

$$G(t) = NG*BEVM(t)*B(t-1)$$

mit

G: Anzahl der Geburten

NG: Normale Geburtenquote (0,04)

BEVM: Multiplikator des Einflusses der Überbevölkerung

Der Überbevölkerungsmultiplikator wird vom Bestand der Weltbevölkerung beeinflußt. Er soll durch die in Abbildung 17.17 dargestellten Beziehungen A_1 oder A_2 beschrieben werden können.

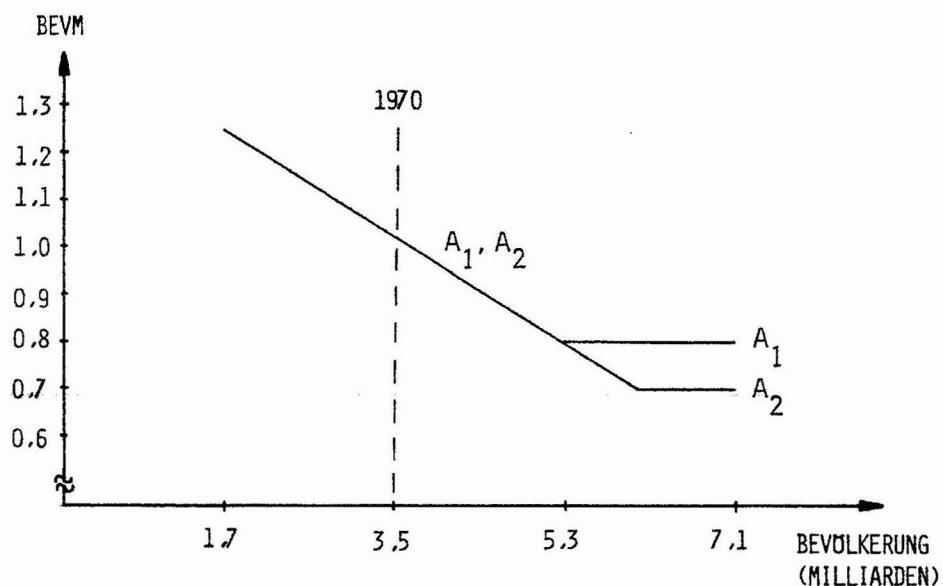


Abb. 17.17 Hypothetischer Zusammenhang zwischen der Weltbevölkerung B und dem Überbevölkerungsmultiplikator BEVM

Die Anzahl der Todesfälle wird durch

$$S(t) = NSR * MTF(t) * B(t-1)$$

B: Bevölkerungsbestand

S: Anzahl der Todesfälle

NSR: Normale Sterberate (NSR=0,028)

MTF: Multiplikatorwirkung des medizinisch-technischen Fortschritts auf die Sterberate

bestimmt. Das Niveau des medizinisch-technischen Fortschritts TF wird für 1900 mit Eins gleichgesetzt.

Der Einfluß zwischen dem medizinisch-technischen Fortschritt TF und dem Multiplikator MTF soll durch die in Abbildung 17.18 beschriebene Funktion dargestellt werden.

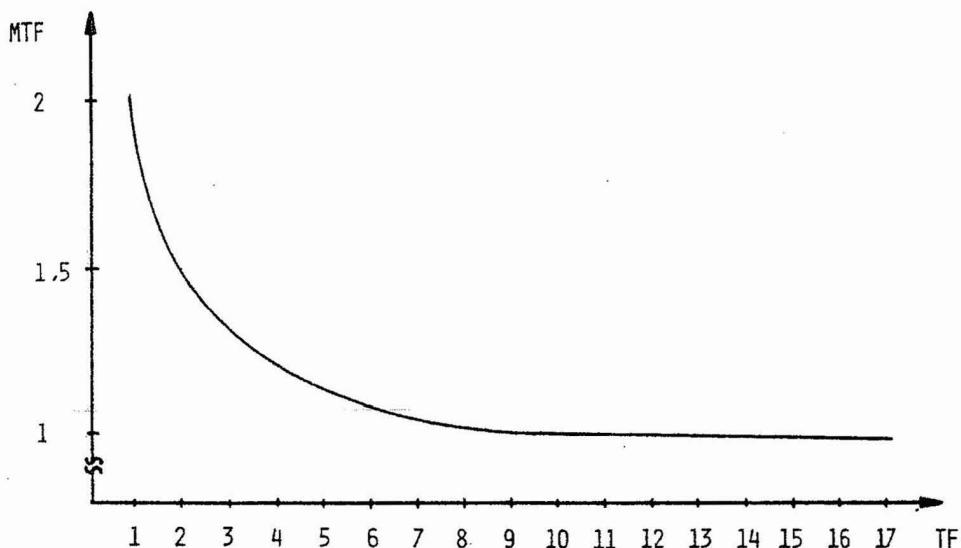


Abb. 17.18 Zusammenhang zwischen dem medizinisch-technischen Fortschritt TF und dem Sterbequotenmultiplikator des medizinisch-technischen Fortschritts MTF

Der medizinisch-technische Fortschritt TF berechnet sich wiederum aus

$$TF(t) = AG(t) * BTF$$

TF: Medizinisch-technischer Fortschritt (1900=1)

AG: Anzahl der seit dem Jahre 1900 Geborenen

BTF: Beitragsfaktor einer geborenen Person zum technischen Fortschritt ($BTF=1.154 \cdot 10^{-9}$)

Die Simulation dieses Modells bis zum Jahre 1970 liefert sowohl hinsichtlich der Bevölkerungszahl, als auch der Anzahl der Geburten- und Todesfälle einen mit dem Weltmodell von FORRESTER nahezu übereinstimmenden Variablenverlauf. Hierbei wird die in Abbildung 17.17 beschriebene Hypothesenfunktion nur in dem Bereich in Anspruch genommen, der links von der senkrecht gestrichelten Linie liegt. Der im rechten Bereich liegende Kurvenzug beeinflußt allein den Variablenverlauf über

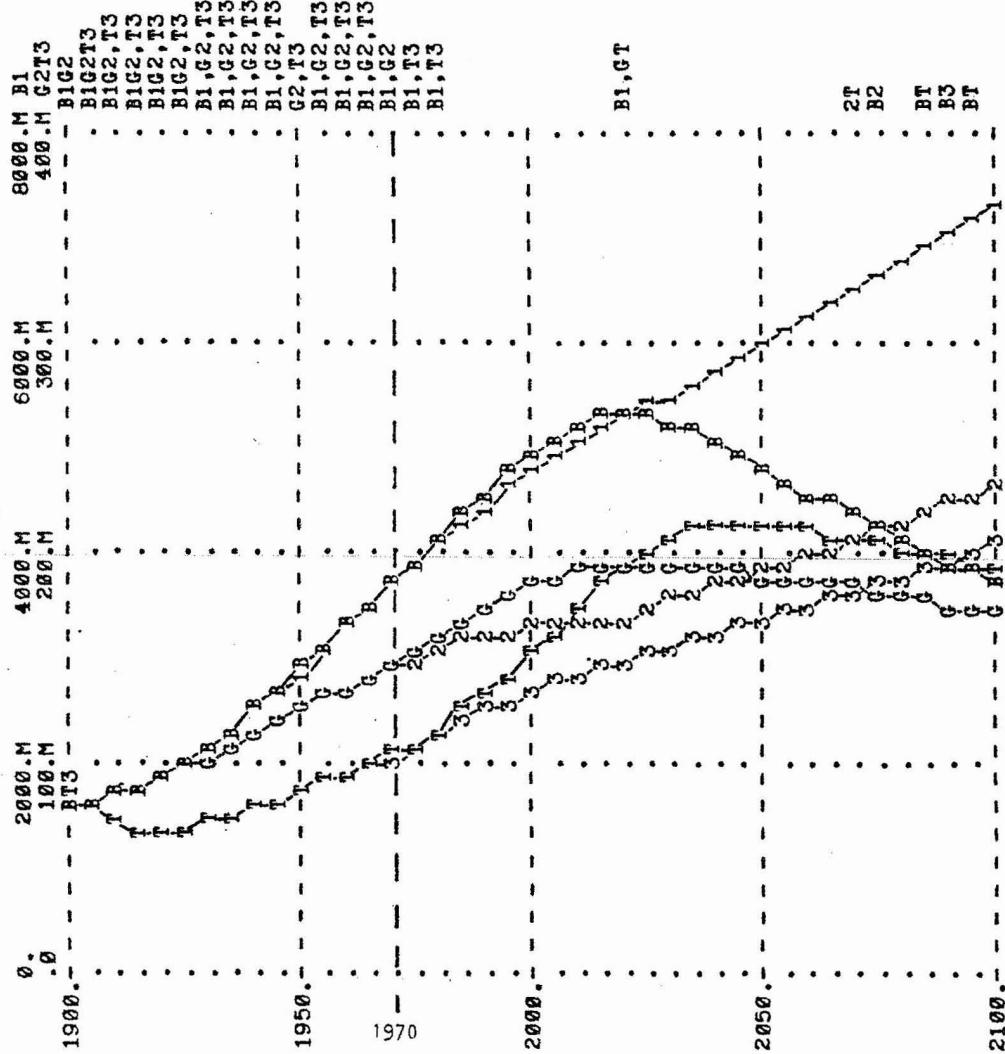


Abb. 17.19 Zeitverlauf der Weltbevölkerung im Falle des Forrestermodells (B) sowie im Falle eines 'Miniweltmodells' (1) bei Wahl der Hypothese A₁ aus Abb. 17.17. Todesrate Forrestermodell (T), Minimodell (3), Geburtenrate Forrestermodell (G), Minimodell (2) [Einheit M: Millionen]

das Jahr 1970 hinaus. Durch die plausible Annahme des in Abbildung 17.17 beschriebenen Hypothesenverlaufs A_1 erhält man in Abbildung 17.19 einen permanent wachsenden Verlauf der Weltbevölkerung.

Im Falle der Verwendung von Hypothese A_2 aus Abbildung 17.17 strebt die Weltbevölkerung in Abbildung 17.20 einem Gleichgewichtspfad von etwa sechs Milliarden Einwohnern zu.

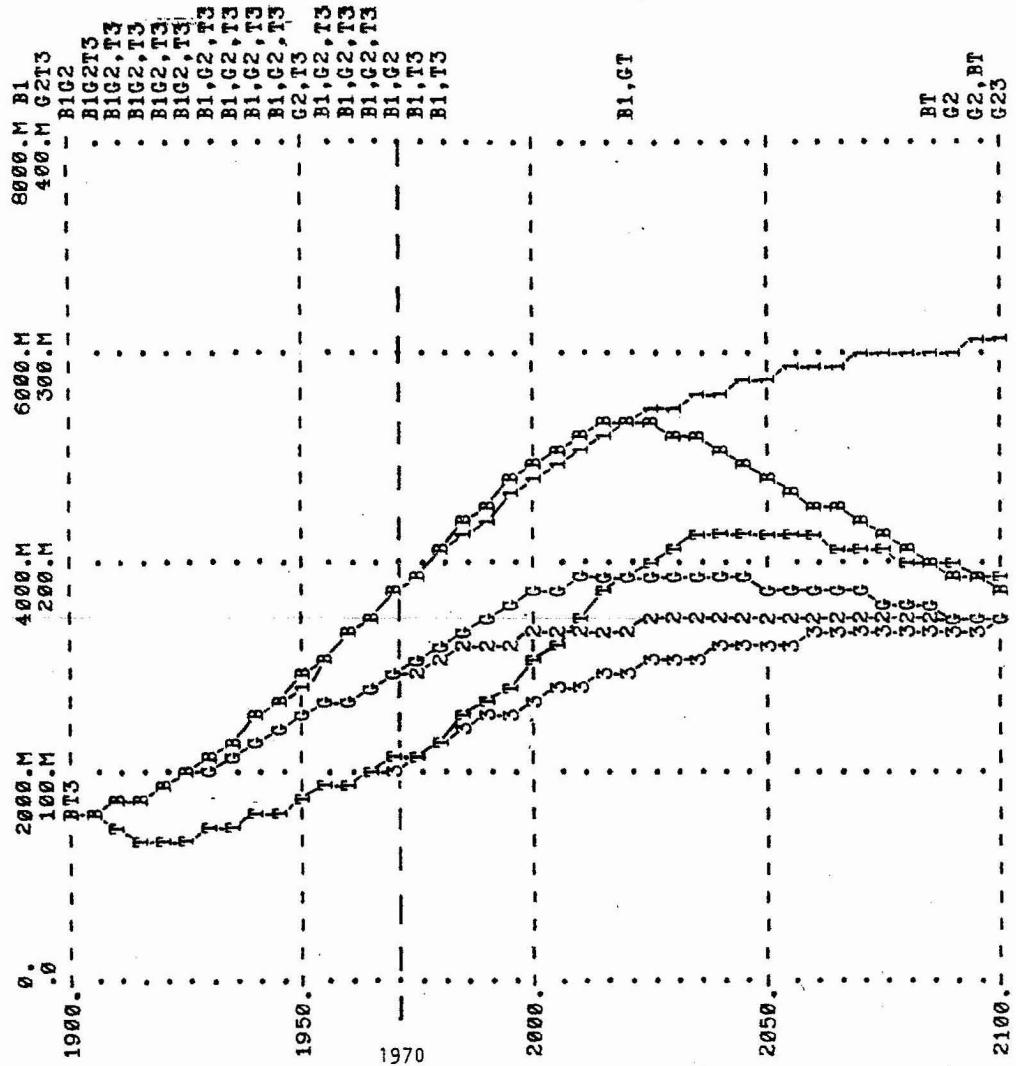


Abb. 17.20 Zeitverlauf der Weltbevölkerung im Falle des Forrestermodells (B) so wie im Falle eines 'Miniweltmodells' (1) bei Wahl der Hypothese A_2 aus Abb. 17.17. Todesrate: Forrestermodell (T), Minimodell (3), Geburtenrate: Forrestermodell (G), Minimodell (2) [Einheit M: Millionen]

Die alternative Verwendung der in Abbildung 17.17 beschriebenen Hypothesen führt daher unter Reproduktion der bis 1970 gegebenen Beobachtungswerte zu unterschiedlichen Verläufen. Da keine Hypothese die andere wesentlich an Plausibilität übertrifft, bietet sich hier die Möglichkeit, daß eine an einem bestimmten Prognoseergebnis interessierte Person gezielt auf die Hypothese zurückgreift, die ihren Wünschen am stärksten entspricht. Will man beispielsweise die Prognose bekräftigen, daß noch für lange Zeit ein Bevölkerungswachstum gegeben sein wird, so wähle man Hypothese A₁ aus.