Ermittlung der optimalen Entscheidungsvorschrift des relativer Anteils des Agenten am finanziellen Ergebnis (AVEB) in der Form $AVEB^{BER\text{-}max}$ = … zur Maximierung des Principal- Nutzens (BER) in der zweiten Optimierungsstufe einer hidden-action-Agency-Planung mit einem Kosten-Leistungsmodell

(Diese Rechnung beschreibt die Ermittlung einer optimalen Entscheidungsvorschrift, deren Ergebnis in dem Text „*Zwicker, E., Die Integrierte Zielverpflichtungsplanung, - Verfahren und Geschichte - Berlin 2014*“, www.Inzpla.de/INZPLA-Geschichte.pdf dort ohne Nachweis angeführt ist.)

Die reduzierte Gleichung des Gesamtnutzens des Principals ist:

$$BER = (1 - AVEB) \cdot (PR \cdot AM - VSK \cdot AM - SFK) - FE \qquad (148)$$

Die optimale Entscheidungsvorschrift des Agenten zur Maximierung seines Agenten-Nutzens (H) betrug:

$$AM^{H\text{-}max} = AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP) \qquad (150)$$

Es wird angenommen, dass das abgesetzte Produkt besitzt einen positiven Stückdeckungs-beitrag besitzt, d.h.

$$PR - VSK > 0$$

<u>Zielfunktion der Optimierung:</u>

$$\max_{AVEB,\, AM} BER = (1 - AVEB) \cdot (PR \cdot AM - VSK \cdot AM - SFK) - FE$$

Da nur die Kombination der Werte von AM und AVEB zur Maximierung von BER zu verwenden sind, die durch (150) zugelassen sind, wird (150) in (148) eingesetzt. Daraus folgt:

$$\begin{aligned}
BER &= (1 - AVEB) \cdot (PR \cdot AM^{H\text{-}max} - VSK \cdot AM^{H\text{-}max} - SFK) - FE && \mid \text{Einsetzen von } AM^{H\text{-}max} \\
&= (1 - AVEB) \cdot (PR \cdot AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP) && \mid \text{Umklammern von} \\
&\quad - VSK \cdot AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP) - SFK) - FE && \mid PR - VSK \\
&= (1 - AVEB) \cdot [(PR - VSK) \cdot AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP) \\
&\quad - SFK] - FE \\
&= [AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP)] \cdot (1 - AVEB) \cdot (PR - VSK) && \mid \text{Ausmultiplizieren von} \\
&\quad - (1 - AVEB) \cdot SFK - FE && \mid (1 - AVEB) \text{ mit } [...]
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich die endgültige die Zielfunktion mit:

$$\max_{AVEB} BER = [\mathbf{AVEB} \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP)] \cdot (1 - \mathbf{AVEB}) \cdot (PR - VSK) - (1 - \mathbf{AVEB}) \cdot SFK - FE \qquad (151)$$

Zur Maximierung der Principal-Nutzens (BER) muss (151) nach AVEB abgeleitet werden. Die erste Ableitung ergibt:

$$
\begin{aligned}
BER'(AVEB) &= [AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP)] \cdot (1 - AVEB) \cdot (PR - VSK) - (1 - AVEB) \cdot SFK - FE]' \\
&= [AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] - AVEB^2 \cdot (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] - SFK \\
&\quad + AVEB \cdot SFK - FE]' \\
&= (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP) - [\cancel{2} \cdot AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / (\cancel{2} \cdot BLP)] + SFK \\
&= (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP) - [AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / BLP] + SFK
\end{aligned}
$$

Die zweite Ableitung ergibt:

$$BER''(AVEB) = -[(PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] \lesssim 0, \text{ da } [(PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] \geq 0$$

Die Maximierung von BER ist äquivalent dazu, dass

$$
\begin{aligned}
BER'(AVEB) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad (PR-VSK)^2/(2 \cdot BLP) - [AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP] \\
&\qquad + SFK = 0 \qquad \qquad |+[AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP] \\
&\Leftrightarrow \quad AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP = (PR-VSK)^2/(2 \cdot BLP) + SFK \\
&\qquad \qquad \qquad |\cdot BLP / (PR - VSK)^2 \\
&\Leftrightarrow AVEB = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5 \\
&\Leftrightarrow AVEB^{BER\text{-}max} = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5
\end{aligned}
$$

Wegen $BER''(AVEB^{H\text{-}max}) = -[(PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] \lesssim 0$ mit $PR - VSK > 0$ und $BLP > 0$ liegt ein Maximum vor. Damit wird der Principal-Nutzen (BER) durch die Entscheidungsvorschrift

$$\mathbf{AVEB^{BER\text{-}max} = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5}$$

maximiert.