Rechnung zur Maximierung von G unter Einhaltung einer Nebenbedingung

Diese Rechnung beschreibt die Ermittlung von zwei optimalen Entscheidungsvorschriften, die in dem Text „*Zwicker, E., Die hidden-action-Agency-Planung, demonstriert am Beispiel einfacher Kosten-Leistungsmodelle, Berlin 2011*“, www.Inzpla.de/IN38-2011a.pdf auf Seite 41 [mit den Formelnummern (113) und (114)] angeführt sind. Es handelt sich um

$$AM^{G\text{-}max} = (PR - VSK) / (2 \bullet BLP) \tag{113}$$

und

$$AVEB^{G\text{-}max} = [600 + BLP \bullet [AM^{G\text{-}max}]^2 - FE] / [(PR - VSK) \bullet AM^{G\text{-}max} - SFK]. \tag{114}$$

<u>Ihre Ermittlung wird im Folgenden beschrieben</u>:
Es ist gemäß (109) im Text zu maximieren:

$$\max_{AVEB,\, AM} G = (1 - AVEB) \bullet (PR \bullet AM - VSK \bullet AM - SFK) - FE \tag{109}$$

unter der Nebenbedingung (112)

$$FE + AVEB \bullet [(PR - VSK) \bullet AM - SFK] - BLP \bullet AM^2 = 600 \tag{112}$$

(112) wird nach AVEB aufgelöst. Die Auflösung ergibt:

$$AVEB = [600 + BLP \bullet [AM]^2 - FE] / [(PR - VSK) \bullet AM - SFK] \qquad \textbf{(*)}$$

Die Einsetzung von (*) in (113) eingesetzt ergibt.

$$G = \{1 - (600 + BLP \bullet AM^2 - FE) / [(PR - VSK) \bullet AM - SFK]\}$$
$$\bullet [(PR - VSK)$$
$$\bullet AM - SFK] - FE \qquad | \text{ Multiplikation von } [(PR - VSK) \bullet AM - SFK] \text{ mit } \{...\}$$
$$= (PR - VSK) \bullet AM - SFK - (600 + BLP \bullet AM^2 - FE) – FE.$$

Sie führt zu einer Optimierung, die nur noch von AM abhängt, d.h.

$$\max_{AM} G = (PR - VSK) \bullet AM - SFK - (600 + BLP \bullet AM^2 - FE) - FE.$$

Ableiten von G:

$$G‘(AM) = (PR - VSK) - 2 \bullet BLP \bullet AM$$
$$G‘‘(AM) = - 2 \bullet BLP$$

Die zweite Ableitung ist stets negativ, da BLP > 0, also gibt es für G ein Maximum.

Die Maximierung von G ist äquivalent dazu, dass G‘(AM) = 0 ist, d.h.

$$(PR - VSK) - 2 \bullet BLP \bullet AM = 0 \qquad |+ 2 \bullet BLP \bullet AM$$
$$2 \bullet BLP \bullet AM = (PR - VSK) \qquad |: (2 \bullet BLP)$$
$$AM = (PR - VSK) / (2 \bullet BLP).$$

Somit ergibt sich, dass

$$AM^{G\text{-}max} = (PR - VSK) / (2 \bullet BLP).$$

Die optimale Entscheidungsvorschrift von AM ergibt sich durch

$$\mathbf{AM^{G\text{-}max} = (PR\text{-}VSK) / (2 \bullet BLP)}$$

und somit folgt aus (*) für AVEB:

$$\mathbf{AVEB^{G\text{-}max} = [600 + BLP \bullet [AM^{G\text{-}max}]^2 - FE] / [(PR - VSK) \bullet AM^{G\text{-}max} - SFK].}$$