Rechnung zur 2. Stufe der ersten Variante (AVEB-Variante)

(Diese Rechnung beschreibt die Ermittlung einer optimalen Entscheidungsvorschrift, deren Ergebnis in dem Text „*Zwicker, E., Die hidden-action-Agency-Planung, demonstriert am Beispiel einfacher Kosten-Leistungsmodelle, Berlin 2011*“, www.Inzpla.de/IN38-2011a.pdf dort ohne Nachweis angeführt ist.)

Auf Seite 19 wird [unter der Formelnummer (46)] die Forderung nach Maximierung des Betriebsergebnisses (BER) bezüglich der Entscheidungsvariable AVEB erhoben. Ermittelt werden soll die optimale Entscheidungsvorschrift $AVEB^{BER\text{-}max} = \ldots$ zur Maximierung von (BER).
Die Zielfunktion der Maximierung [Formelnummer (46) auf Seite 19] besitzt die Form

$$\max_{AVEB} BER = [AVEB \cdot (PR - VSK) / (2 \cdot BLP)] \cdot (1 - AVEB) \cdot (PR - VSK) - (1 - AVEB) \cdot SFK - FE \quad (46)$$

Als Ergebnis dieser Maximierung wird unter Formelnummer (47) auf Seite 19 die folgende Entscheidungsvorschrift angegeben

$$AVEB^{BER\text{-}max} = [(BLP \cdot SFK) / (PR - VSK)^2] + 0{,}5. \qquad (1)$$

Ihre Ermittlung wird im Folgenden beschrieben:

Um BER zu maximieren, muss (46) nach AVEB abgeleitet werden.
Die erste Ableitung ergibt:

$$\begin{aligned} BER'(AVEB) &= [AVEB \cdot (PR - VSK)/(2 \cdot BLP)] \cdot (1 - AVEB) \cdot (PR - VSK) - (1 - AVEB) \cdot SFK - FE]' \\ &= [AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] - AVEB^2 \cdot (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] - SFK \\ &\quad + AVEB \cdot SFK - FE]' \\ &= (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP) - [\cancel{2} \cdot AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / (\cancel{2} \cdot BLP)] + SFK \\ &= (PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP) - [AVEB \cdot (PR - VSK)^2 / BLP] + SFK. \end{aligned}$$

Die zweite Ableitung ergibt sich

$$BER''(AVEB) = - [(PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)].$$

Die Maximierung von BER ist äquivalent dazu, dass $BER'(AVEB^{BER\text{-}max}) = 0$ ist, d.h.

$$\begin{aligned} &(PR-VSK)^2/(2 \cdot BLP) - [AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP] + SFK = 0 && |+[AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP] \\ &AVEB \cdot (PR-VSK)^2/BLP = (PR-VSK)^2/(2 \cdot BLP) + SFK && |\cdot BLP / (PR - VSK)^2 \\ &AVEB = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5. \end{aligned}$$

Somit ergibt sich, dass

$$AVEB^{BER\text{-}max} = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5.$$

Wegen $BLP > 0$ folgt, dass $BER''(AVEB^{H\text{-}max}) = - [(PR - VSK)^2 / (2 \cdot BLP)] < 0$ ist und damit BER durch

$$\mathbf{AVEB^{BER\text{-}max} = (SFK \cdot BLP) / (PR - VSK)^2 + 0{,}5}$$

maximiert wird.